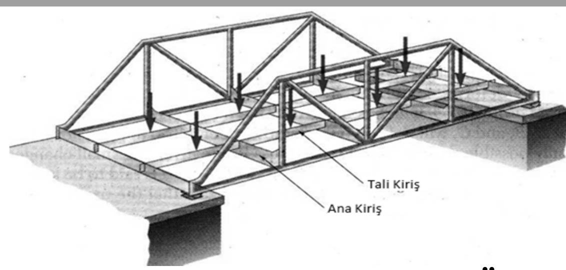
Mühendislik Mekaniği (STATiK)



Yrd. Doç. Dr. Mehmet Alpaslan KÖROĞLU

2.VEKTÖRLER

Sadece bir *skaler* tanımı ile bir mekanik problem matematiksel anlamda tam olarak ifade edilemez. O nedenle mekanik olaylar ölçülürken ya da değerlendirilirken kullanılan *matematiksel büyüklükler temelde üç sınıfa ayrılırlar*. Bunlar:

- Skaler
- Vektör
- Tansör

VEKTÖRLER (DEVAM)

Mekanikte kullanılan en sade büyüklük *skaler* olup bir büyüklüğü tarif etmede kullanılır. Örneğin bir cismin yoğunluğu. (3^0 =1) Sıfırıncı mertebeden bir büyüklüktür.

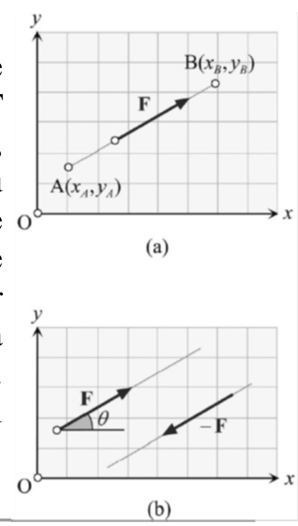
- *Vektörel büyüklükler*: Bir vektör *şiddet*, *doğrultu* ve *yön* belirtir. (3^1 =3) Birinci mertebeden bir büyüklüktür. Örneğin kuvvet bir vektörel büyüklüktür.
- *Tansör*: Matematik anlamda *n*. mertebeden bir büyüklüktür ve karşılığı olan sayı adedi 3*n* dür. Örneğin 2. mertebeden bir tansör 3^2 =9

tane sayı ile ifade edilir.

Vektörel büyüklükler yönü,doğrultusu olan büyüklüklerdir.Örneğin kuvvet vektörel bir büyüklüktür.
Skaler büyüklükler sadece nicelik olarak belirtilen büyüklüklerdir. Örneğin;sıcaklık ,uzunluk gibi.

Vektör:

- Bir **F** vektörünün şiddeti ya **F** ya da *F* ile simgelenir. Şekilde görülmekte olan **F** vektörünün doğrultusunu bir doğru, yönünü bir ok, şiddetini de okun boyu belirler. **F** vektörünün zıt yönlüsü **-F** ile gösterilir ve buradaki (-) işareti sadece yön değişikliğini belirtir, yoksa vektörler skaler büyüklüklerde olduğu gibi artı ya da eksi değer almazlar. (Bakınız Şekil b). Vektörlere bir örnek olarak kuvveti sayabiliriz.

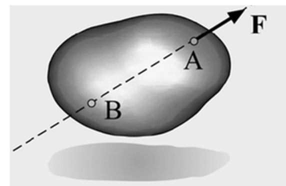


VEKTÖRLER (DEVAM)

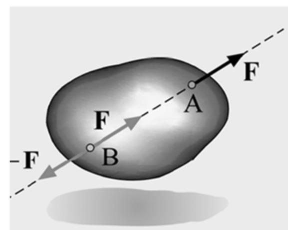
Vektörleri aşağıdaki şekilde gruplayabiliriz:

1. Serbest vektör,
2. Kayan vektör,
3. Sabit vektör,
4. Birim vektör

- *a- Serbest vektör:* Yönü ve şiddeti korunmak şartı ile uzayda serbestçe hareket ettirilebilen vektörler.
- *b- Kayan vektör*: Aynı doğrultu üzerinde olmak koşulu ile istenilen noktaya uygulanabilir. Statikteki kuvvetler kayan vektörlerdir.



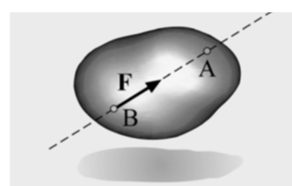
(a)



(b)

VEKTÖRLER (DEVAM)

- *Sabit vektör*: Uygulama noktası sabit olan vektör. Mukavemette sabit vektörler kullanılır.
- *Birim vektör:* Şiddeti 1 birim olan vektördür. $\|\lambda\| = 1$



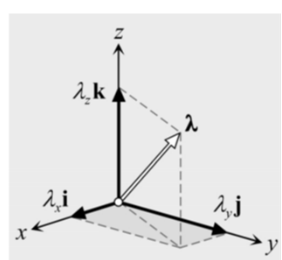
(c)

$$\lambda = \lambda_x \mathrm{i} + \lambda_y \mathrm{j} + \lambda_z \mathrm{k} \quad \mathbf{ve} \quad \lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 = 1$$

► $\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}$

vektörünün, birim vektörü,

► $\boldsymbol{\lambda}_F = \dfrac{\mathbf{F}}{\|\mathbf{F}\|}$

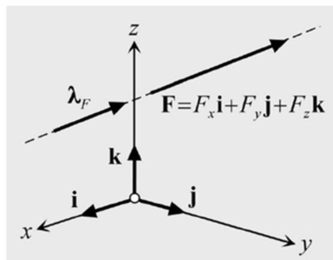


$$\|\mathbf{F}\| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

VEKTÖRLER (DEVAM)

Boyu, $A(x_A, y_A, z_A)$ ve $B(x_B, y_B, z_B)$ gibi iki nokta arasında verilmiş bir $\mathbf{F}$ vektörü düşünelim. Vektörün yönü A noktasından B noktasına doğru yönelmiş olsun. Bu durumda $\mathbf{F}$ vektörü aşağıdaki işlem yapılarak hesaplanır:

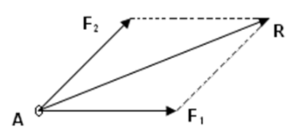
$$\mathbf{F} = (x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}$$



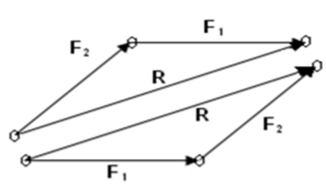
VEKTÖREL İŞLEMLER

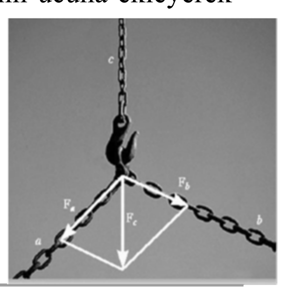
- *<u>Paralelkenar ilkesi</u>*: Vektörler bu ilke ile toplanırlar.

$$\mathbf{R} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2}$$



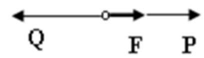
- *<u>Üçgen ilkesi</u>*: $\mathbf{F_1}$ ve $\mathbf{F_2}$ vektörlerini birbirinin ucuna ekleyerek bileşkeyi bulmak mümkündür.





VEKTÖREL İŞLEMLER (DEVAM)

- *Vektörleri bir sabit ile çarpma*: A noktasına uygulanmış bir **F** vektörü örneğin a>1 gibi bir sabit ile çarpılırsa,

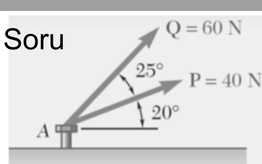


$$\mathbf{P = aF \quad ve \quad Q = -2aF}$$

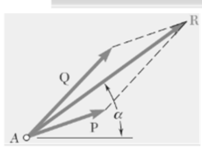
- *Vektörel gösterim*: Bir F vektörünü

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F_x i} + \boldsymbol{F_y j} + \boldsymbol{F_z k} \,,$$

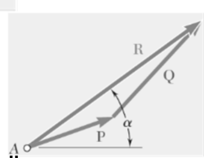
Örnek Soru



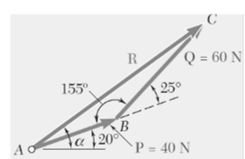
A noktasındaki bir bulona P ve Q kuvvetleri etkimektedir. Bu iki kuvvetin bileşkesini bulunuz.



Paralelkenar ilkesi



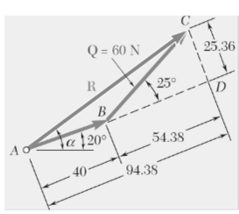
Üçgen ilkesi:



$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos B$$
$$R^2 = (40\text{ N})^2 + (60\text{ N})^2 - 2(40\text{ N})(60\text{ N}) \cos 155°$$
$$R = 97.73\text{ N}$$

$$\frac{\sin A}{Q} = \frac{\sin B}{R} \qquad \frac{\sin A}{60\text{ N}} = \frac{\sin 155°}{97.73\text{ N}}$$

$$\mathbf{R} = 98\text{ N} \measuredangle 35°$$

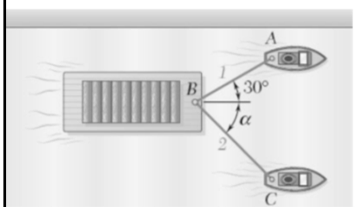


$$CD = (60\text{ N}) \sin 25° = 25.36\text{ N}$$
$$BD = (60\text{ N}) \cos 25° = 54.38\text{ N}$$

$$\tan A = \frac{25.36\text{ N}}{94.38\text{ N}} \qquad A = 15.04°$$
$$R = \frac{25.36}{\sin A} \qquad R = 97.73\text{ N}$$

$$\alpha = 20° + A = 35.04°$$

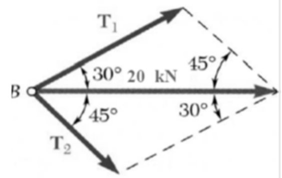
Örnek Soru

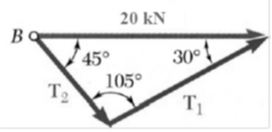


Şekilde görüldüğü gibi bir mavna iki römorkör tarafından çekiliyor. Römorkörlerin uyguladığı bileşke kuvvet mavnanın ekseni doğrultusunda 20 kN olduğuna göre

a) Her iki ipteki çekme kuvvetini hesaplayınız for $\alpha = 45^o$,

b) 2. ipteki kuvvetin en küçük olması için α ne olmalıdır.



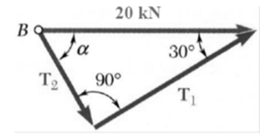


Grafik çözüm – Paralel kenar yasası ile; bileşke kuvvetin şiddeti ve yönü biliniyor,

$\boxed{T_1 \cong 14.6\ kN \quad T_2 \cong 10.3\ kN}$

$$\frac{T_1}{\sin 45°} = \frac{T_2}{\sin 30°} = \frac{20\,kN}{\sin 105°}$$

$$\boxed{T_1 = 14.64\ kN \quad T_2 = 10.35\ kN}$$



2. ipteki kuvvetin en küçük olduğu hal çok açıktır ki $\mathbf{T_1}$ and $\mathbf{T_2}$ birbirine dik olduğundadır

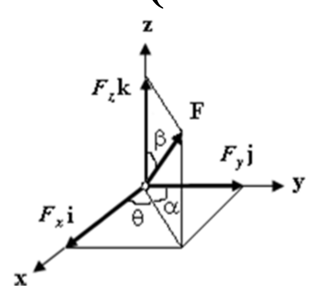
$T_2 = (20\ kN)\sin 30°$ $\boxed{T_2 = 10\ kN}$

$T_1 = (20\ kN)\cos 30°$ $\boxed{T_1 = 17.32\ kN}$

$\alpha = 90° - 30°$ $\boxed{\alpha = 60°}$

VEKTÖREL İŞLEMLER (DEVAM)

Bir vektörün bileşenleri veya doğrultu kosinüsleri:

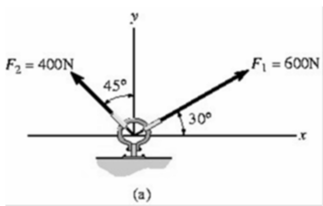


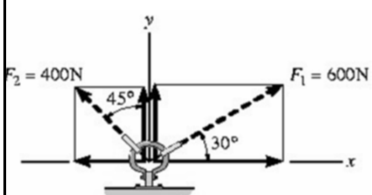
$$\boldsymbol{F}_x = \boldsymbol{F}\cos\theta, \ \boldsymbol{F}_y = \boldsymbol{F}\cos\alpha, \ \boldsymbol{F}_z = \boldsymbol{F}\cos\beta,$$

$$\boldsymbol{F} = \sqrt{\boldsymbol{F}_x^2 + \boldsymbol{F}_y^2 + \boldsymbol{F}_z^2}\ ,$$

Örnek Soru

Bileşke kuvveti bulunuz.





$F_{Rx} = \Sigma F_x$:

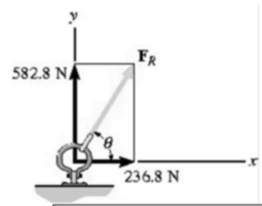
$F_{Rx} = 600\cos 30^\circ N - 400\sin 45^\circ N$

$= 236.8N \rightarrow$

$F_{Ry} = \Sigma F_y$:

$F_{Ry} = 600\sin 30^\circ N + 400\cos 45^\circ N$

$= 582.8N \uparrow$



$F_R = \sqrt{(236.8N)^2 + (582.8N)^2}$

$= 629N$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{582.8N}{236.8N}\right)$

$= 67.9^\circ$

Kartezyen Vektör

$\mathbf{F}_1$ = { 600cos30°**i** + 600sin30°**j** } N

$\mathbf{F}_2$ = { -400sin45°**i** + 400cos45°**j** } N

$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$

= (600cos30°N - 400sin45°N)**i** + (600sin30°N + 400cos45°N)**j**

= {236.8**i** + 582.8**j**}N

Şekildeki mesnedin *A* noktasına uygulanmış olan iki kuvvetin bileşkesinin yönünü ve şiddetini bulunuz.

Verilenler:

F_1 = 800 N

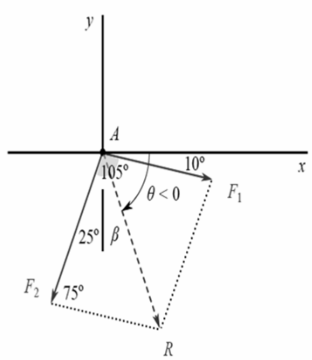
F_2 = 900 N

İstenenler:

R = ?

θ = ?

Çözüm



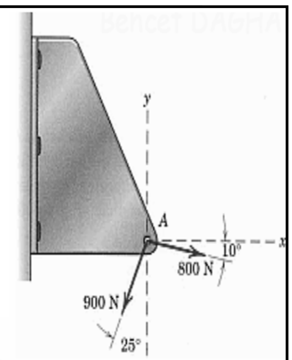
$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1 F_2 \cos 105°$

R = 1038 N

$\frac{\sin(25° + \beta)}{F_1} = \frac{\sin 75°}{R}$

β = 23.1°



$R_x = \Sigma F_x$

$R_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos 10° - F_2 \sin 25°$

R_x = 407 N

$R_y = \Sigma F_y$

$R_y = F_{1y} + F_{2y} = -F_1 \sin 10° - F_2 \cos 25°$

R_y = − 954 N

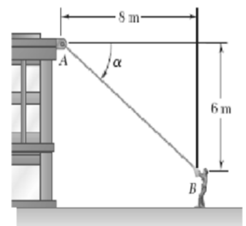
$R^2 = R_x^2 + R_y^2$

R = 1038 N

$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$

θ = − 66.9°

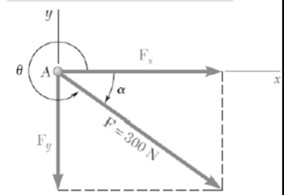
Şekildeki gibi bir adam A da çatıya bağlanmış ipi 300 N luk bir kuvvet ile çekmektedir. Bu kuvvetin A noktasındaki yatay ve düşey bileşenlerini bulunuz.



$$F_x = +(300\text{ N})\cos\alpha \qquad F_y = -(300\text{ N})\sin\alpha$$

Observing that $AB = 10$ m, we find from Fig. 2.23*a*

$$\cos\alpha = \frac{8\text{ m}}{AB} = \frac{8\text{ m}}{10\text{ m}} = \frac{4}{5} \qquad \sin\alpha = \frac{6\text{ m}}{AB} = \frac{6\text{ m}}{10\text{ m}} = \frac{3}{5}$$



We thus obtain

$$F_x = +(300\text{ N})\tfrac{4}{5} = +240\text{ N} \qquad F_y = -(300\text{ N})\tfrac{3}{5} = -180\text{ N}$$

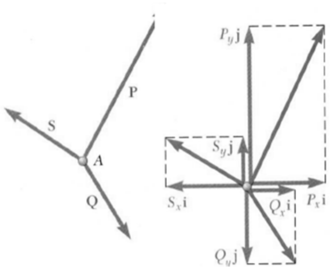
and write

$$\mathbf{F} = (240\text{ N})\mathbf{i} - (180\text{ N})\mathbf{j}$$

yönü $\boxed{tan\ \alpha = \frac{F_y}{F_x} \quad \alpha = -36.87^\circ}$

şiddeti $\boxed{F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad F = 300\,N}$

x ve *y* dik bileşenlerinin toplanması ile kuvvetlerin toplamı



- Bir noktada kesişen 3 yada daha fazla kuvvetin bileşkesini bulmak istediğimizde,

  $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S}$

- Her bir kuvveti dik bileşenlerine ayırırsak,

$$R_x\vec{i} + R_y\vec{j} = P_x\vec{i} + P_y\vec{j} + Q_x\vec{i} + Q_y\vec{j} + S_x\vec{i} + S_y\vec{j}$$
$$= (P_x + Q_x + S_x)\vec{i} + (P_y + Q_y + S_y)\vec{j}$$

- Verilen kuvvetlerin skaler bileşenleri toplamı bileşke kuvvetin skaler bileşenleri toplamına eşittir.

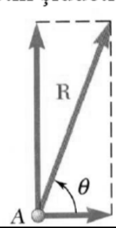
$$R_x = P_x + Q_x + S_x = \sum F_x$$

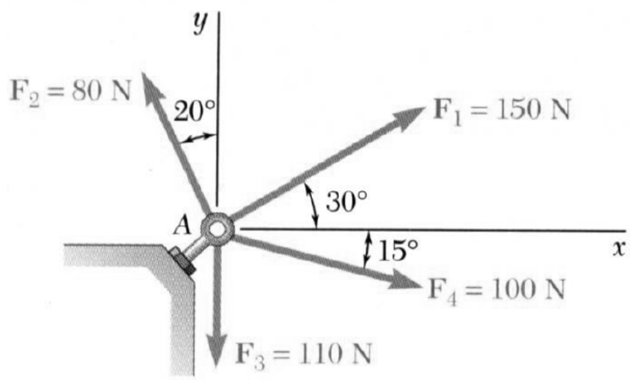
$$R_y = P_y + Q_y + S_y = \sum F_y$$

- Bileşkenin kuvvetin şiddeti ve yönü,

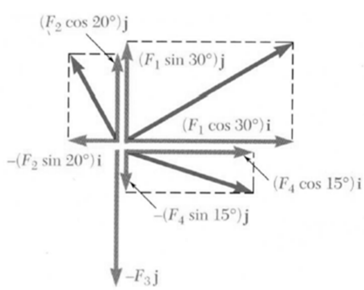
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\theta = tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$





Cıvataya etki eden dört kuvvetin yerine geçecek olan bileşke kuvveti hesaplayınız



- Her bir kuvvet dik bileşenlerine ayrılırsa.

force	*mag*	*x – comp*	*y – comp*
$\vec{F}_1$	150	+129.9	+75.0
$\vec{F}_2$	80	−27.4	+75.2
$\vec{F}_3$	110	0	−110.0
$\vec{F}_4$	100	+96.6	−25.9
		$R_x = +199.1$	$R_y = +14.3$

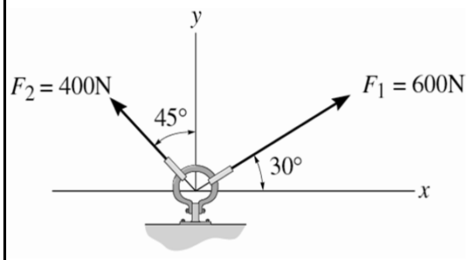
$\mathbf{R} = R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j}$ $\quad \mathbf{R} = (199.1\ \mathrm{N})\mathbf{i} + (14.3\ \mathrm{N})\mathbf{j}$

- Bileşke kuvvetin dik bileşenleri.

- Bileşke kuvvetin şiddeti ve yönü.

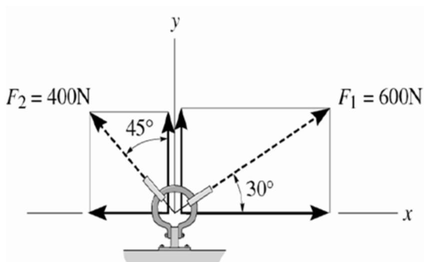
$$R = \sqrt{199.1^2 + 14.3^2} \qquad \boxed{R = 199.6\mathrm{N}}$$

$$\tan\alpha = \frac{14.3\,\mathrm{N}}{199.1\,\mathrm{N}} \qquad \boxed{\alpha = 4.1°}$$



Bileşke kuvvetin şiddetini ve yönünü bulunuz.

Skaler Çözüm



$$\overset{+}{\rightarrow} \quad \mathbf{F_{R_x}} = \sum \mathbf{F_x}$$

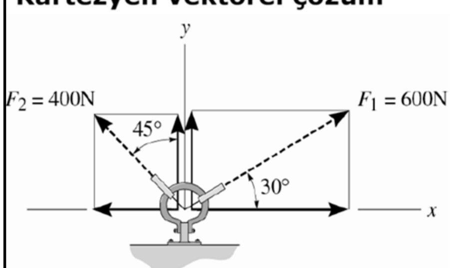
$$\mathbf{F_{R_x}} = 600\cos 30^o\,\text{N} - 400\sin 45^o\,\text{N} = 236.8\,\text{N} \rightarrow$$

$$+\uparrow \quad \mathbf{F_{R_y}} = \sum \mathbf{F_y}$$

$$\mathbf{F_{R_y}} = 600\sin 30^o\,\text{N} + 400\cos 45^o\,\text{N} = 582.8\,\text{N} \uparrow$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{582.8\,\text{N}}{236.8\,\text{N}}\right) = 67.9^o$$

Kartezyen vektörel çözüm



$$\overrightarrow{\mathbf{F_1}} = \left(600\cos 30^o\,\hat{\mathbf{i}} + 600\sin 30^o\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{N}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{F_2}} = \left(600\cos 30^o\,\hat{\mathbf{i}} + 600\sin 30^o\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{N}$$

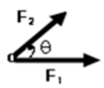
$$\overrightarrow{\mathbf{F_R}} = \overrightarrow{\mathbf{F_1}} + \overrightarrow{\mathbf{F_2}}$$

$$= \left(600\cos 30^o\,\hat{\mathbf{i}} + 600\sin 30^o\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{N} + \left(600\cos 30^o\,\hat{\mathbf{i}} + 600\sin 30^o\,\hat{\mathbf{j}}\right)\text{N}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{F_R}} = \left(236.8\hat{\mathbf{i}} + 582.8\hat{\mathbf{j}}\right)\text{N}$$

VEKTÖREL İŞLEMLER (DEVAM)

- *Nokta (Skaler) çarpım*: $\mathbf{F_1}$ ve $\mathbf{F_2}$ gibi iki vektör arasında skaler çarpımın tanımı:



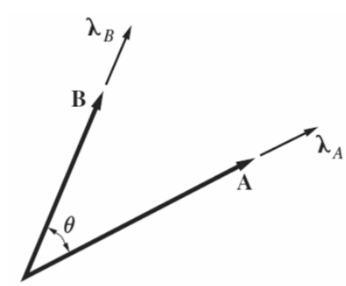
$$F_1.F_2 = F_1F_2\cos\theta\ ,\ (0 \le \theta \le \pi)\ ,$$

$F_1.F_2 = 0$ ise ya F_1 ve F_2 birbirine diktir, ya da bunlardan biri sıfır vektör olmalıdır.

A, B, C vektörleri ve ***m*** *sabiti* için skaler çarpımın bazı özellikleri aşağıda sıralanmıştır.

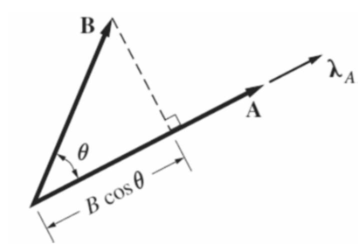
1. A.B = B.A,
2. A.(B + C) = A.B + A.C,
***3. m*(A.B) = (*m*A).B**
= A.(*m*B)
= (A.B)*m*

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$



İki vektör arasındaki açı

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}}{AB} = \frac{\mathbf{A}}{A}\cdot\frac{\mathbf{B}}{B}$$

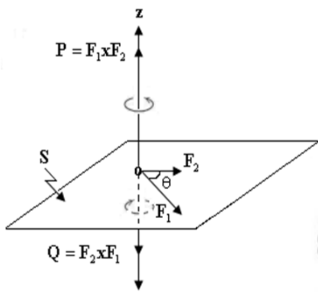


Bir vektörün vektör üzerindeki iz düşümü

$$B\cos\theta = \frac{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}}{A} = \mathbf{B}\cdot\frac{\mathbf{A}}{A}$$

VEKTÖREL İŞLEMLER (DEVAM)

•***<u>Vektörel çarpım</u>*:** S düzleminde yer alan, F_1 ve F_2 gibi iki vektörün vektörel çarpımı, bu iki vektörün bulunduğu düzleme dik yeni bir vektördür.



Şekil (2.10)

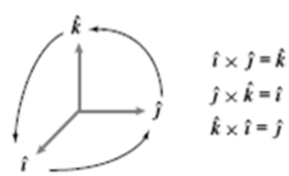
$$P = F_1 x F_2,$$
$$Q = F_2 x F_1 = -P,$$

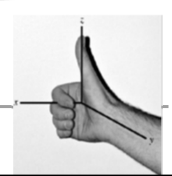
$$P = F_1 F_2 \sin\theta, \ (0 \le \theta \le \pi)$$

VEKTÖREL İŞLEMLER (DEVAM)

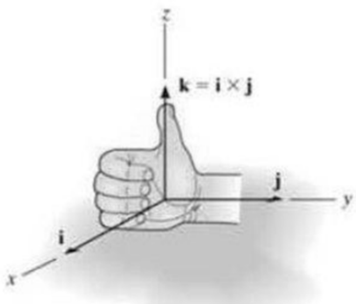
A, B, C vektörleri ve *m* sabiti için vektörel çarpımın bazı özellikleri:

1. **AxB =-(BxA)**,
2. **Ax(B + C) = AxB + AxC**,
3. ***m*(AxB) = (*m*A)xB= Ax(*m*B)= (AxB)*m***
4. ***AxB=0 A // B***





Vektörel çarpımın (kartezyen)dik koordinatlar cinsinden ifadesi



Kartezyen birim vektörlerinin çapraz çarpımlarını bulmak için:

$\vec{i}\times\vec{i}=0$	$\vec{j}\times\vec{i}=-\vec{k}$	$\vec{k}\times\vec{i}=\vec{j}$
$\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k}$	$\vec{j}\times\vec{j}=0$	$\vec{k}\times\vec{j}=-\vec{i}$
$\vec{i}\times\vec{k}=-\vec{j}$	$\vec{j}\times\vec{k}=\vec{i}$	$\vec{k}\times\vec{k}=0$

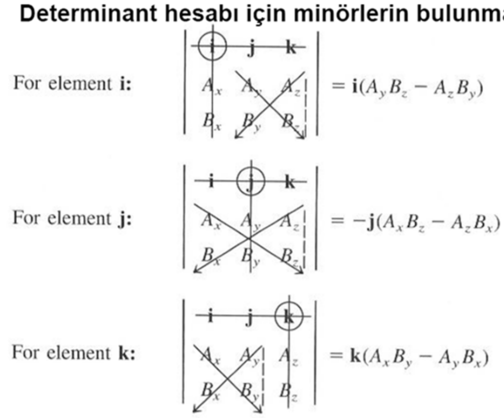
$$\begin{aligned}\mathbf{A}\times\mathbf{B} &= (A_x\mathbf{i}+A_y\mathbf{j}+A_z\mathbf{k})\times(B_x\mathbf{i}+B_y\mathbf{j}+B_z\mathbf{k})\\ &= A_xB_x(\mathbf{i}\times\mathbf{i})+A_xB_y(\mathbf{i}\times\mathbf{j})+A_xB_z(\mathbf{i}\times\mathbf{k})\\ &\quad + A_yB_x(\mathbf{j}\times\mathbf{i})+A_yB_y(\mathbf{j}\times\mathbf{j})+A_yB_z(\mathbf{j}\times\mathbf{k})\\ &\quad + A_zB_x(\mathbf{k}\times\mathbf{i})+A_zB_y(\mathbf{k}\times\mathbf{j})+A_zB_z(\mathbf{k}\times\mathbf{k})\end{aligned}$$

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=(A_yB_z-A_zB_y)\mathbf{i}-(A_xB_z-A_zB_x)\mathbf{j}+(A_xB_y-A_yB_x)\mathbf{k}$$

Determinantlar sayesinde A ve B vektörleri bulunur

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

Determinant hesabı için minörlerin bulunması



$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=(A_yB_z-A_zB_y)\mathbf{i}-(A_xB_z-A_zB_x)\mathbf{j}+(A_xB_y-A_yB_x)\mathbf{k}$$

- Karışık Çarpım

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} = \left[(A_y B_z - A_z B_y)\,\mathbf{i} - (A_x B_z - A_z B_x)\mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\mathbf{k}\right] \cdot (C_x\mathbf{i} + C_y\mathbf{j} + C_z\mathbf{k})$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} = (A_y B_z - A_z B_y)C_x - (A_x B_z - A_z B_x)C_y + (A_x B_y - A_y B_x)C_z$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{C} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} \times \mathbf{A} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

Örnek Soru

$\vec{\mathbf{A}} = 6\vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} + 2\vec{\mathbf{k}}$ vektörü ile $\vec{\mathbf{B}} = 12\vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} + 4\vec{\mathbf{k}}$ vektörünün

a) $\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \wedge \vec{\mathbf{B}}$ vektörel çarpımını

b) $\vec{\mathbf{C}}$ vektörel çarpım vektörü ile $\vec{\mathbf{A}}$ vektörü arasındaki açıyı

c) $\vec{\mathbf{C}}$ vektörel çarpım vektörü ile $\vec{\mathbf{B}}$ vektörü arasındaki açıyı hesaplayınız.

Çözüm:

a)

$$\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \wedge \vec{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{i}} & \vec{\mathbf{j}} & \vec{\mathbf{k}} \\ \mathbf{A_x} & \mathbf{A_y} & \mathbf{A_z} \\ \mathbf{B_x} & \mathbf{B_y} & \mathbf{B_z} \end{vmatrix} , \qquad \vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \wedge \vec{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{i}} & \vec{\mathbf{j}} & \vec{\mathbf{k}} \\ 6 & 3 & 2 \\ 12 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \wedge \vec{\mathbf{B}} = (3*4 - 2*3)\vec{\mathbf{i}} + (2*12 - 6*4)\vec{\mathbf{j}} + (6*3 - 3*12)\vec{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \wedge \vec{\mathbf{B}} = 6\vec{\mathbf{i}} - 18\vec{\mathbf{k}}$$

b)

$\vec{\mathbf{C}} \bullet \vec{\mathbf{A}} = (6\vec{\mathbf{i}} - 18\vec{\mathbf{k}}) \bullet (6\vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} + 2\vec{\mathbf{k}})$

$\vec{\mathbf{C}} \bullet \vec{\mathbf{A}} = 6*6 - 18*2 = 0$ olduğundan

$\vec{\mathbf{C}}$ vektörü $\vec{\mathbf{A}}$ vektörüne diktir.

c)

$\vec{\mathbf{C}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = (6\vec{\mathbf{i}} - 18\vec{\mathbf{k}}) \bullet (12\vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} + 4\vec{\mathbf{k}})$

$\vec{\mathbf{C}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = 6*12 - 18*4 = 0$ olduğundan

$\vec{\mathbf{C}}$ vektörü $\vec{\mathbf{B}}$ vektörüne diktir.

Örnek Soru

A = 8**i** + 4**j** − 2**k**
B = 2**j** + 6**k**
C = 3**i** − 2**j** + 4**k**

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z = 8(0) + 4(2) + (-2)(6)$$

= −4

C doğrultusunda B'nin izdüşümü

$$B\cos\theta = \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\lambda}_C = \mathbf{B}\cdot\frac{\mathbf{C}}{C} = (2\mathbf{j}+6\mathbf{k})\cdot\frac{3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+4\mathbf{k}}{\sqrt{3^2+(-2)^2+4^2}} = \frac{(0)(3)+(2)(-2)+(6)(4)}{\sqrt{29}} = 3.71$$

A vektörü ve B vektörü arasındaki açı

$$\cos\alpha = \boldsymbol{\lambda}_A\cdot\boldsymbol{\lambda}_C = \frac{\mathbf{A}}{A}\cdot\frac{\mathbf{C}}{C} = \frac{8\mathbf{i}+4\mathbf{j}-2\mathbf{k}}{\sqrt{8^2+4^2+(-2)^2}}\cdot\frac{3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+4\mathbf{k}}{\sqrt{3^2+(-2)^2+4^2}}$$

$$= \frac{(8)(3)+(4)(-2)+(-2)(4)}{\sqrt{84}\sqrt{29}} = 0.162\,09$$

$$\alpha = 80.7^\circ$$

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B} = \begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 8 & 4 & -2\\ 0 & 2 & 6\end{vmatrix}$$

$$= \mathbf{i}\begin{vmatrix}4 & -2\\ 2 & 6\end{vmatrix} - \mathbf{j}\begin{vmatrix}8 & -2\\ 0 & 6\end{vmatrix} + \mathbf{k}\begin{vmatrix}8 & 4\\ 0 & 2\end{vmatrix}$$

= 28**i** − 48**j** + 16**k**

A ve B vektörüne dik birim vektör

$$\frac{\mathbf{A}\times\mathbf{B}}{|\mathbf{A}\times\mathbf{B}|} = \frac{28\mathbf{i}-48\mathbf{j}+16\mathbf{k}}{\sqrt{28^2+(-48)^2+16^2}} = 0.484\mathbf{i} - 0.830\mathbf{j} + 0.277\mathbf{k}$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \pm(0.484\mathbf{i} - 0.830\mathbf{j} + 0.277\mathbf{k})$$

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}\cdot\mathbf{C} = \begin{vmatrix}A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\\ C_x & C_y & C_z\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}8 & 4 & -2\\ 0 & 2 & 6\\ 3 & -2 & 4\end{vmatrix} = 8\begin{vmatrix}2 & 6\\ -2 & 4\end{vmatrix} - 4\begin{vmatrix}0 & 6\\ 3 & 4\end{vmatrix} + (-2)\begin{vmatrix}0 & 2\\ 3 & -2\end{vmatrix}$$

$$= 160 + 72 + 12 = 244$$

= 244