

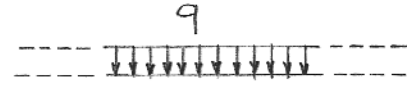
# İZOSTATİK SİSTEMLERİN HAREKETLİ YÜKLERE GÖRE HESABI

## Hareketli Yük Çesitleri

Pratik uygulamalarda karşılaşılan hareketli yükler başlıca dört grupta toplanabilir.

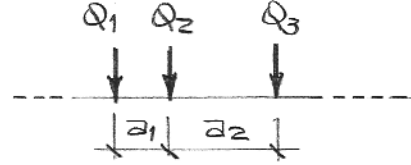
### a) I. Tip hareketli yük

Sistemin tümünü veya bir bölümünü kaplayan, boyu değişken düzgün yayılı hareketli yük (hafif araç yükleri)



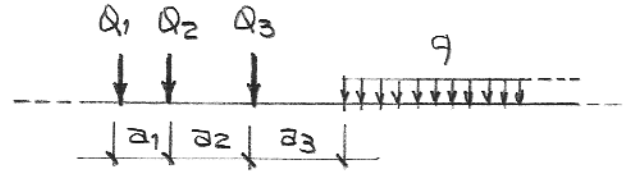
### b) II. Tip hareketli yük

Şiddetleri ve ara uzaklıkları sabit olan tekil yüklerden oluşan hareketli yük (ağır tekerlekli araç yükleri)



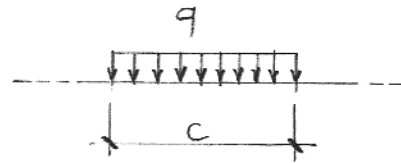
### c) III. Tip hareketli yük

Şiddetleri ve ara uzaklıkları sabit olan tekil yükler ile boyu değişken düzgün yayılı yükten oluşan hareketli yük



### d) IV. Tip hareketli yük

Boyuna sabit düzgün yayılı hareketli yük (paletli araç yükleri)

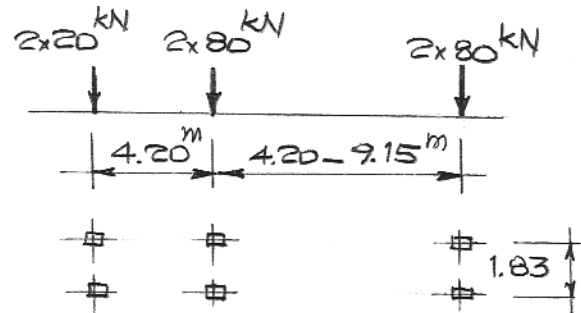
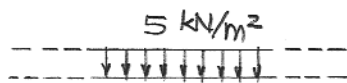


## • Hareketli yüklerle ilişkin standart ve yönetmelikler

- TS498, ASCE 7-01, Eurocode 1 (garajlarda hafif araç yükleri)
- Karayolları Teknik Şartnamesi, AASHTO (ağır tekerlekli araç yükleri)

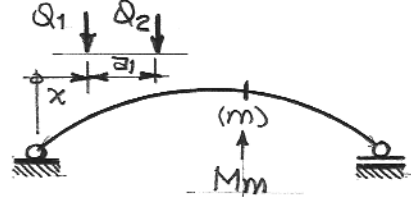
## • Hareketli yük örnekleri

- H20-S16 ağır araç yükü
- Hafif araç yükü (TS498)

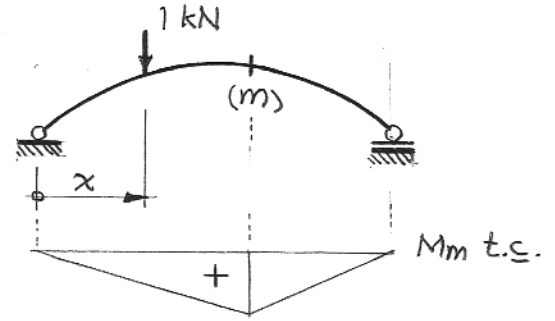


## Hareketli yüklerle göre hesap

- Hareketli yüklerin sistem üzerindeki konumları değişkendir.
- Hareketli yükler etkisindeki bir yapı sisteminin boyutlandırılması için, sistemin her kesitinde, hareketli yüklerden oluşan en elverişsiz (maksimum ve minimum) kesit zorlarının hesaplanması gerekmektedir.
- Hareketli yüklerden oluşan en elverişsiz büyüklükler genel olarak araştırma ile bulunabilir. Bunun için, hareketli yük sistemin üzerinde hareket ettirilerek, yükün her konumu için aranan büyüklüğün değeri hesaplanır.

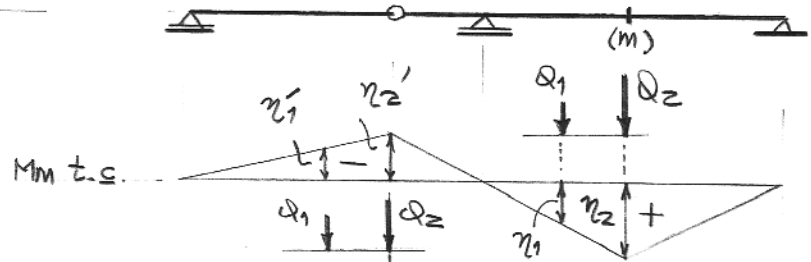
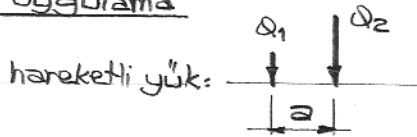


- Araştırmanın daha sistematik olarak yapılabilmesi için tesir çizgilerinden yararlanılır. Bunun için, 1 kN luk düşey kuvvet sistem üzerinde hareket ettirilerek, kuvvetin her konumu için aranan büyüklüğün değeri hesaplanır ve bu değerlerden yararlanılarak tesir çizgisi diyagramı çizilir.



- Sisteme ait herhangi bir büyüklüğün tesir çizgisi diyagramı çizildikten sonra, bu diyagramdan yararlanılarak
  - a) verilen bir yükleme için sözkonusu büyüklüğün değeri
  - b) verilen bir hareketli yük için sözkonusu büyüklüğün alacağı en elverişsiz değerler kolaylıkla hesaplanabilir.

### Uygulama



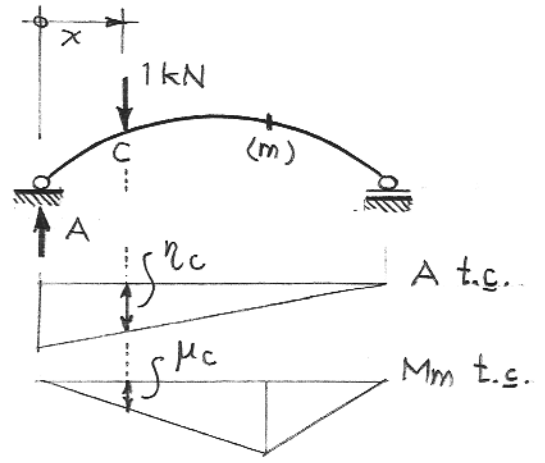
$$\min M_m = Q_1 \eta_1' + Q_2 \eta_2'$$

$$\max M_m = Q_1 \eta_1 + Q_2 \eta_2$$

## Tesir Çizgileri

### a) Tanım

Sistem üzerinde hareket etmekte olan 1 kN'lık düşey kuvvetin herhangi bir konumunda oluşan herhangi bir büyüklüğün (mesnet tepkisi, kesit zoru vs.) değerini, 1 kN'lık kuvvetin altında ordinat almak suretiyle çizilen diyagrama bu büyüklüğe ait tesir çizgisi diyagramı denir.



- $\eta_c$  : 1 kN C noktasında iken A mesnet tepkisinin değeri
- $\mu_c$  : 1 kN C noktasında iken  $M_m$  eğilme momentinin değeri
- Bu tanıma göre, bir tesir çizgisi diyagramının herhangi bir noktasındaki ordinatı, o noktanın hizasındaki 1 kN'lık kuvvetten dolayı söz konusu büyüklüğün değerini verir.

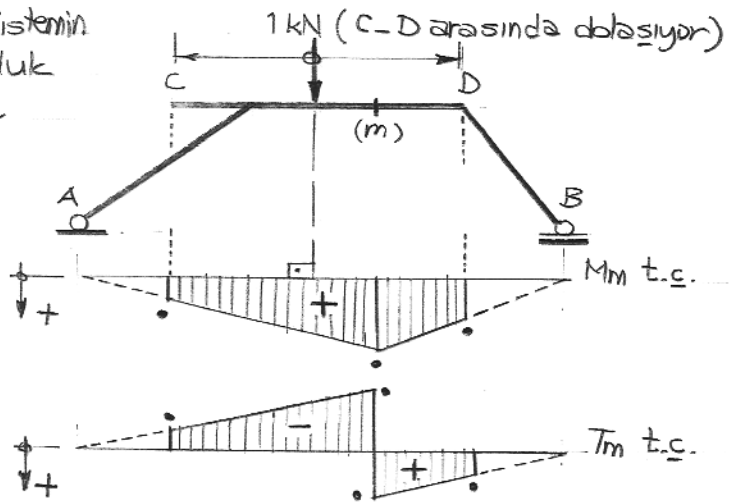
### b) Tesir çizgisi diyagramlarının çiziminde uyulacak kurallar

1- Tesir çizgisi diyagramları sistemin şeması üzerine değil, 1 kN'lık kuvvete dik doğrultu üzerine çizilirler.

2- Tesir çizgisi diyagramları, 1 kN'lık kuvvetin dolastığı sınırlar arasında çizilirler.

3- Ordinatlarda, 1 kN'lık kuvvetin etkiye yönünde pozitif olarak alınır.

4- Bölgelerin işaretleri ve başlıca noktalarındaki ordinatlar diyagramın üzerine yazılır.



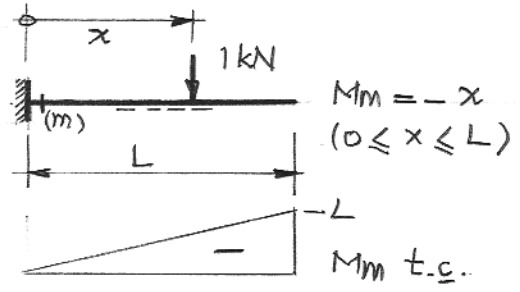
### c) Tesir çizgisi diyagramlarının elde edilmesi

#### i) Genel yol

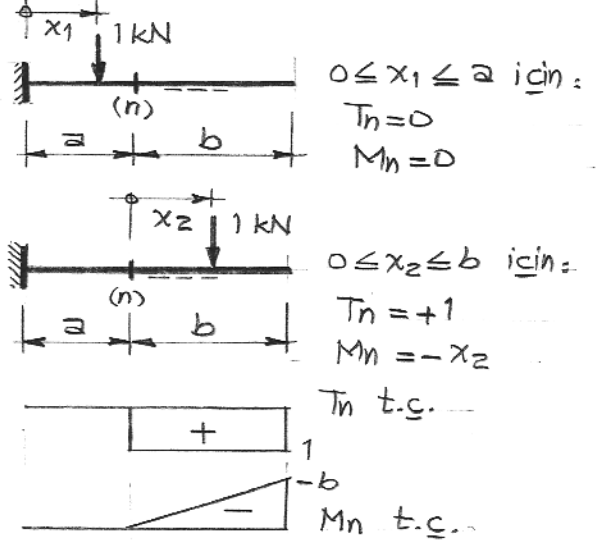
1 kN'lık kuvvet sistemin üzerinde yeterli sayıda noktaya etkililir. Kuvvetin her konumu için, tesir çizgisi çizilecek olan büyüklüğün değeri ayrı ayrı hesaplanır. Bu değerler yardımıyla, tesir çizgisi nokta nokta elde edilir. Bu yol genellikle uzundur.

## ii) Fonksiyonlar yardımı ile çizim

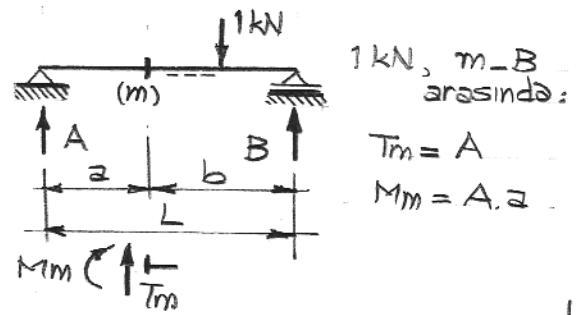
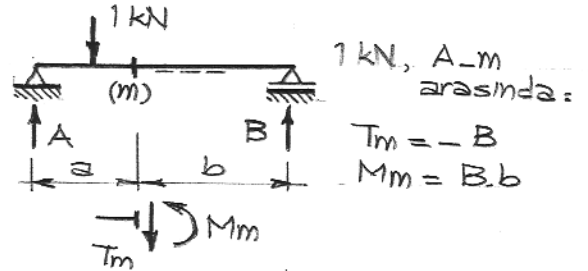
- 1 kN'lık düşey kuvvet sistemin herhangi bir noktasına etkililir ve seçilen bir başlangıç noktasına uzaklığı ( $x$ ) parametresi ile belirlenir. Tesir çizgisi çizilecek olan büyüklük 1 kN'lık kuvvetin konumuna (yani  $x$  parametresine) bağlı olarak ifade edilir. Bu şekilde elde edilen fonksiyonun grafiği aranan tesir çizgisi diyagramını verir.



- Çok kere tesir çizgisi tek bir fonksiyon ile ifade edilemez. Bu durumda, sistem yeterli sayıda bölgeye ayrılır ve her bölge için tesir çizgisi fonksiyonları ayrı ayrı belirlenir. Bu fonksiyonların tanımlı oldukları bölgelerdeki grafikleri yan yana çizilerek aranan tesir çizgisi diyagramı elde edilir.



- Tesir çizgilerine ait fonksiyonların ( $x$ ) parametresi yerine, bazı yardımcı büyüklüklerin (örneğin mesnet tepkilerinin) tesir çizgisi fonksiyonları cinsinden ifade edilmesi kolaylık sağlamaktadır. Bu durumda, önce yardımcı büyüklüklere ait tesir çizgileri çizilir. Daha sonra, tesir çizgisi aranan büyüklükler yardımcı büyüklükler cinsinden ifade edilerek, bunlara ait tesir çizgileri doğrudan doğruya belirlenir.

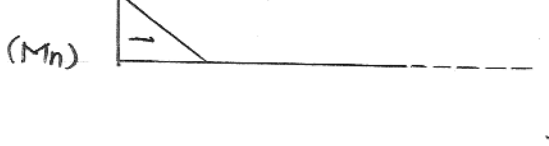
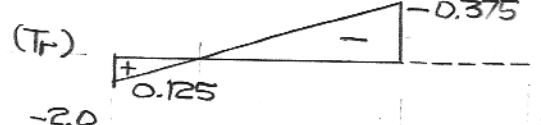
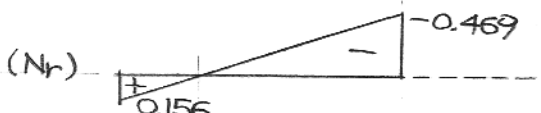
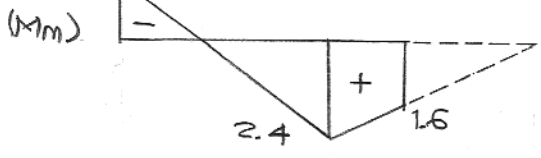
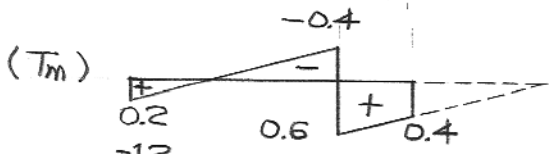
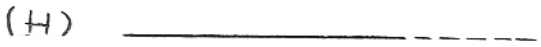
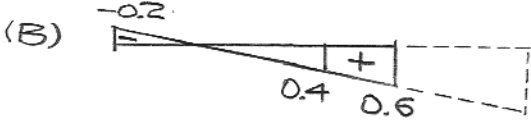
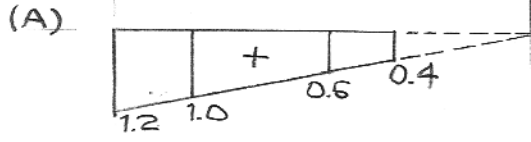
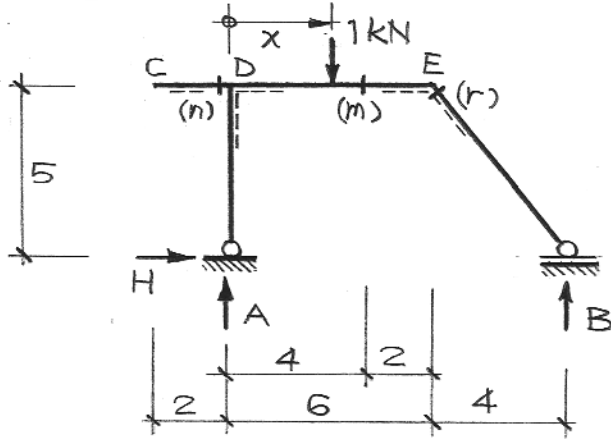


A, B mesnet tepkileri tesir çizgileri çizildikten sonra,  $T_m$  ve  $M_m$  tesir çizgileri onlara bağlı olarak çizilirler.

- Kural : İzostatik sistemlerde, mesnet tepkileri ve kesit zortarı tesir çizgileri doğru parçalarından oluşurlar.

## ÖRNEK

Şekilde verilen sistemde  $A, B, H, M_m, T_m, N_r, T_r, M_n$  tesir çizgilerinin çizimi. ( $1 \text{ kN}$ 'luk düşey kuvvet C-D-E arasında dolmaktadır.)



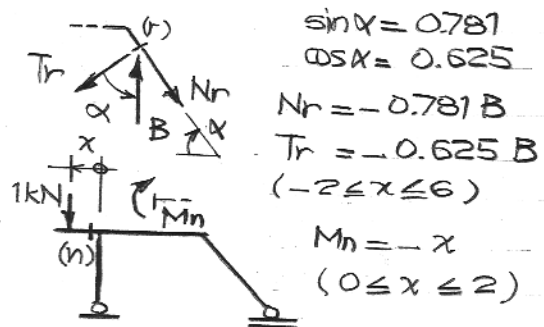
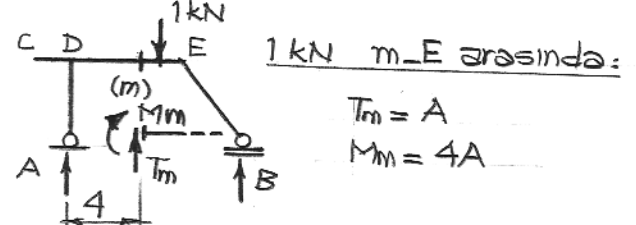
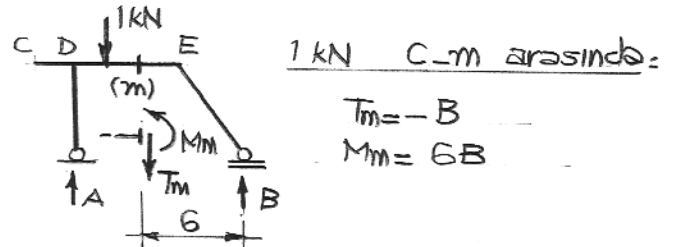
$$\vec{\Sigma M}_B = 0 \quad 10A - 1(10-x) = 0$$

$$A = 1 - \frac{x}{10} \quad (-2 \leq x \leq 6)$$

$$\vec{\Sigma M}_A = 0 \quad 1x - 10B = 0$$

$$B = \frac{x}{10} \quad (-2 \leq x \leq 6)$$

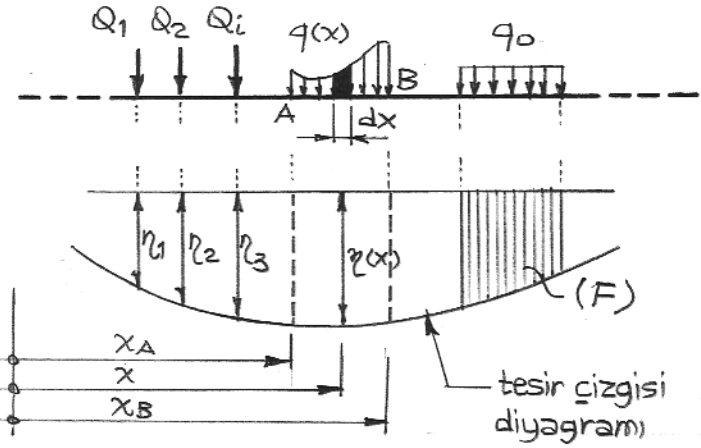
$$\vec{\Sigma X} = 0 \quad H = 0$$



## Tesir çizgilerinin kullanılması

### a) Verilen sabit düşey yüklerden oluşan büyüklüklerin hesabı

- Tesir çizgilerinin tanımı uyanınca, verilen sabit düşey yüklerden dolayı, tesir çizgisi çizilen bir büyüklüğün değeri şu şekilde hesaplanır.



a) tekil yüklerden dolayı:

$$Q_1 \eta_1 + Q_2 \eta_2 + \dots + Q_i \eta_i + \dots = \sum Q_i \eta_i$$

b)  $q(x)$  yayılı yükünden dolayı:  $\int_{x=x_A}^{x=x_B} q(x) \eta(x) dx$

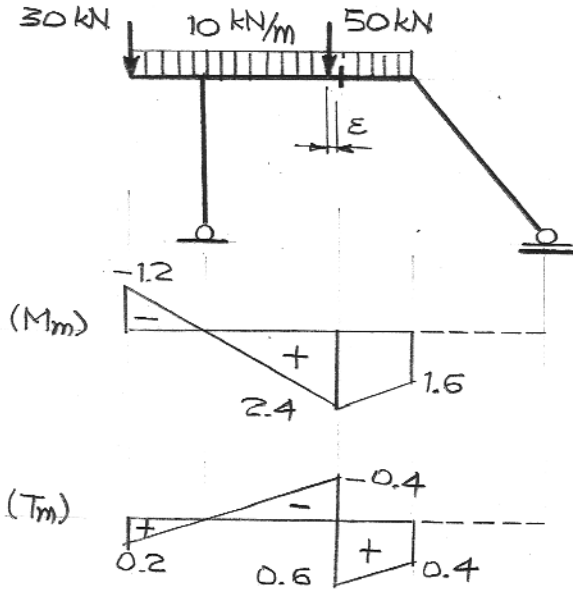
c)  $q_0$  düzgün yayılı yükünden dolayı:  $q_0 \int \eta(x) dx = q_0 F$

• Toplam yükten dolayı:

$$\sum Q_i \eta_i + \int_{x_A}^{x_B} q(x) \eta(x) dx + q_0 F$$

## ÖRNEK

Verilen sabit düşey yüklerden oluşan  $M_m$ ,  $T_m$  kesit zorlarının hesabı.



$$M_m = -30 \times 1.2 + 50 \times 2.4 + \dots$$

$$+ 10 \left( -\frac{1}{2} \cdot 1.2 \times 2 + \frac{1}{2} \cdot 2.4 \times 4 + \dots \right)$$

$$+ \frac{1}{2} (2.4 + 1.6) \cdot 2 = 160 \text{ kNm}$$

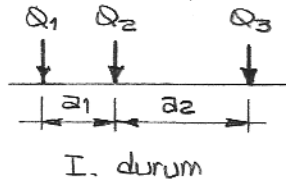
$$T_m = 30 \times 0.2 - 50 \times 0.4 + \dots$$

$$+ 10 \left( \frac{1}{2} \cdot 0.2 \times 2 - \frac{1}{2} \cdot 0.4 \times 4 + \dots \right)$$

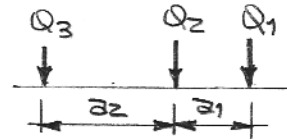
$$+ \frac{1}{2} (0.6 + 0.4) \cdot 2 = -10 \text{ kN}$$

## b) Hareketli yüklerden oluşan en elverişsiz büyüklüklerin hesabı.

- Sisteme ait herhangi bir büyüklüğün (mesnet tepkileri, kesit zorları) hareketli yüklerden oluşan en elverişsiz (maksimum ve minimum) değerleri genel olarak araştırma ile belirlenir.
- Bunun için, hareketli yük sistem üzerinde dolastırılır ve yükün her konumu için söz konusu büyüklüğün değerleri araştırılır.
- Bu işlemlerde tesir çizgilerinden yararlanılır.
- En elverişsiz büyüklüklerin hesabı, hareketli yükün (yük katarının) I. durumu ve II. durumu için tekrarlanmalıdır.



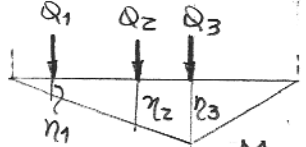
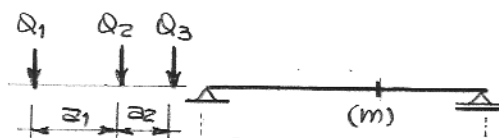
I. durum



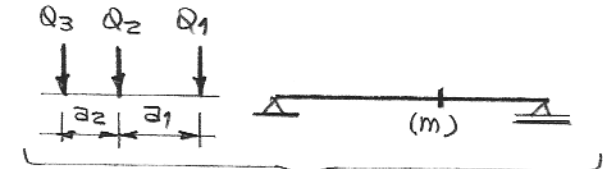
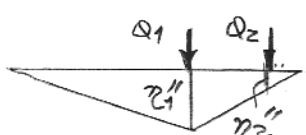
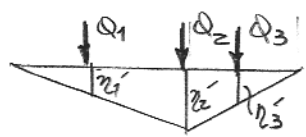
II. durum (yük katarının diğer yönde hareket etmesi)

- Uygulama karşılığın bazı hareketli yükler için kurallar (kriteriyumlar) geliştirilerek en elverişsiz büyüklüklerin hesabında kolaylıklar sağlanabilmektedir. Örneğin,
  - a) I. tip hareketli yük altında, maksimum büyüklükler için tesir çizgisinin pozitif bölgeleri, minimum büyüklükler için negatif bölgeleri yüklenir.
  - b) II. tip hareketli yük için, tekil kuvvetlerin her biri sırasıyla tesir çizgisinin maksimum (veya minimum) ordinatı hizasına etkilerle söz konusu büyüklük hesaplanır. En elverişsiz olanı alınır. Bu işlemler yük katarının her iki durumu için tekrarlanır.

### • Uygulama



$$M_m = Q_1 r_1 + Q_2 r_2 + Q_3 r_3$$

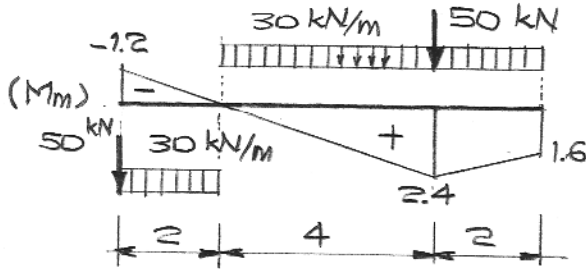
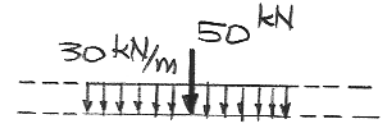


Benzer işlemler yük katarının II. durumu için tekrarlanır.

en elverişsiz olan değer maks  $M_m$  olarak alınır.

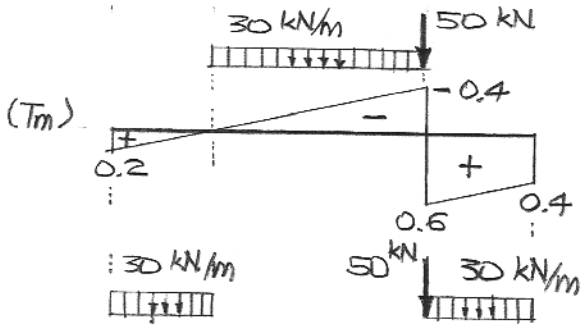
## ÖRNEK

Sekilde verilen hareketli yük için, önceki örnekteki sistemin maksimum ve minimum  $M_m$ ,  $T_m$  kesit zorlarının hesabı



$$\text{maks } M_m = 50 \times 2.4 + 30 \left[ \frac{1}{2} \times 2.4 \times 4 + \dots + \frac{1}{2} \times 2 \times (2.4 + 1.6) \right] = 384 \text{ kNm}$$

$$\text{min } M_m = -50 \times 1.2 - 30 \left( \frac{1}{2} \times 2 \times 1.2 \right) = -96 \text{ kNm}$$



$$\text{min } T_m = -50 \times 0.4 - 30 \left( \frac{1}{2} \times 0.4 \times 4 \right) = -44 \text{ kN}$$

$$\text{maks } T_m = 50 \times 0.6 + 30 \left[ \frac{1}{2} \times 0.2 \times 2 + \dots + \frac{1}{2} \times 2 \times (0.6 + 0.4) \right] = 66 \text{ kN}$$

## Basit kirislerde tesir çizgileri

### a) Dolaysız (direkt) yükleme

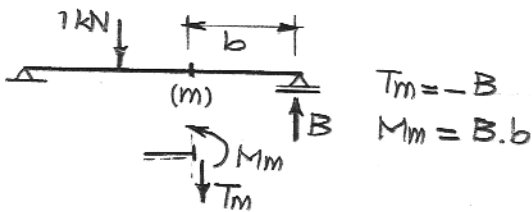
$$\sum M_B = 0 \quad A \cdot L - 1(L-x) = 0$$

$$A = 1 - \frac{x}{L} \quad (0 \leq x \leq L)$$

$$\sum M_A = 0 \quad 1 \cdot x - B \cdot L = 0$$

$$B = \frac{x}{L} \quad (0 \leq x \leq L)$$

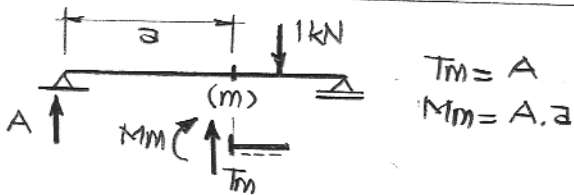
1 kN' luk kuvvet A-m arasında:



$$T_m = -B$$

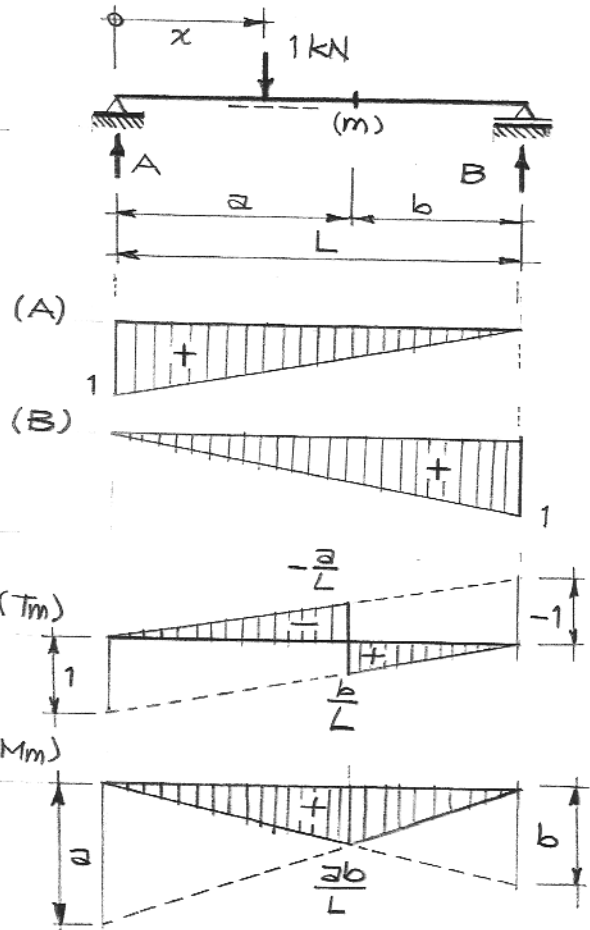
$$M_m = B \cdot b$$

1 kN' luk kuvvet m-B arasında:



$$T_m = A$$

$$M_m = A \cdot a$$

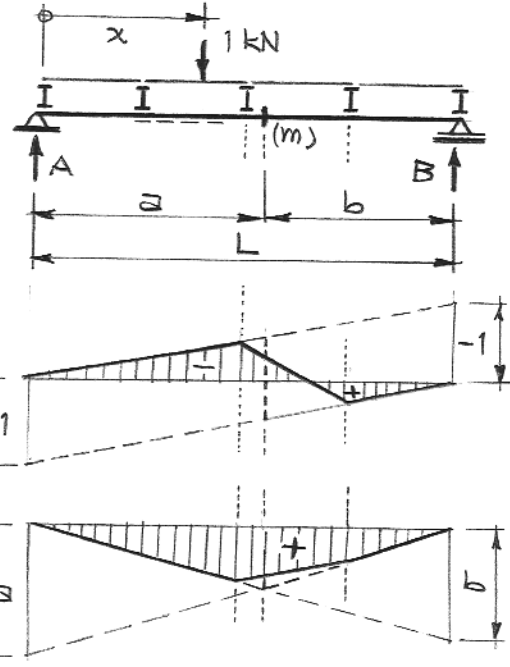




- Görüldüğü gibi, basit kiriş tesir çizgileri doğrudan doğruya geometrik olarak çizilebilir.

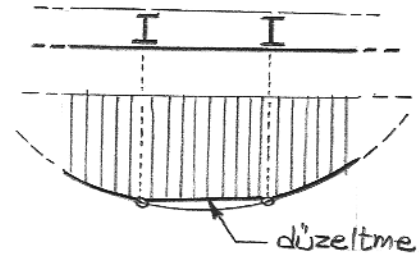
### b) Dolaylı (indirekt) yükleme

- A ve B mesnet tepkilerinin hesabı için yazılan denge denklemleri dolaylı yüklemekten bağımsız olduğu için, bunlara ait tesir çizgileri dolaysız yükleme gibidir.



- $T_m$  ve  $M_m$  tesir çizgileri,
  - a) (m) kesitinin iki yanındaki entemelerin dışında dolaysız yüklemadaki tesir çizgileri geçerlidir.
  - b) (m) kesitinin iki yanındaki entemelerin arasında, bu entemelerden indirilen düşey doğruların tesir çizgisini kestiği noktalar bir doğru ile birleştirilerek düzeltilme yapılır.

- Not: Bu düzeltme işlemi bütün dolaylı yüklemelerde benzer şekilde uygulanır.



### Konsol kirişlerde tesir çizgileri

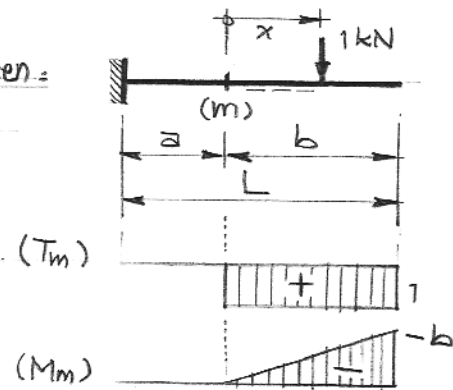
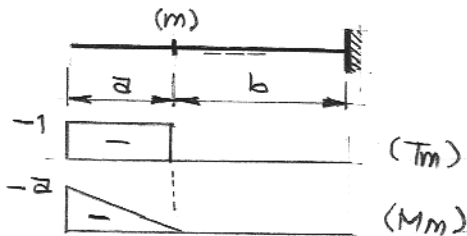
#### a) Dolaysız (direkt) yükleme

1 kN'lık kuvvet (m) kesitinin solunda iken:

$$-a \leq x \leq 0 \quad T_m = 0 \\ M_m = 0$$

1 kN'lık kuvvet (m) kesitinin sağında iken:

$$0 \leq x \leq b \quad T_m = 1 \\ M_m = -x$$



- Not: Ankastre mesnedi sağda olan konsol kirişlerin tesir çizgileri şekildeki gibidir.

## b) Dolaylı (indirekt) yükleme

Dolaysız yüklemeye ait tesir çizgileri çizilerek (m) kesitinin iki yanındaki enlemeler arasında düzeltme yapılır.

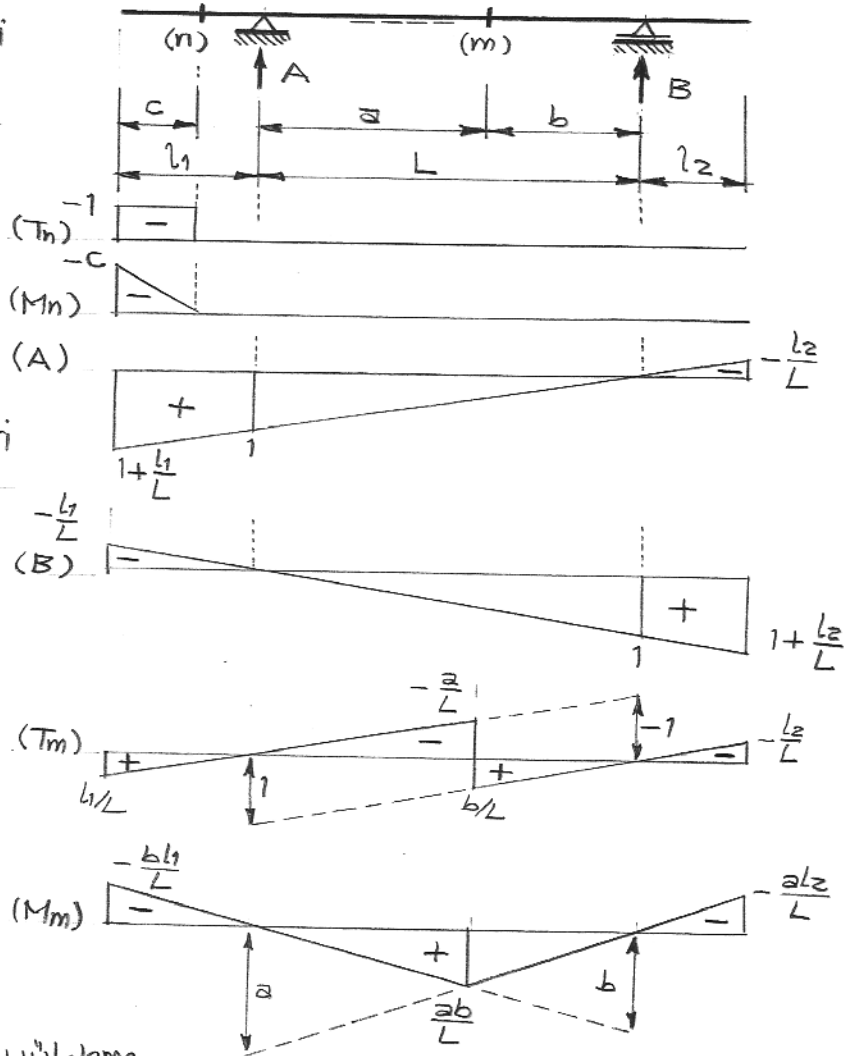
## Cıkmalı kirişlerde tesir çizgileri

### a) Dolaysız (direkt) yükleme

- Cıkmalı kirişler, bir veya her iki mesnedi üzerinde cıkmaları (konsolları) bulunan sistemlerdir.

- Cıkma (konsol) üzerindeki bir (n) kesitinin  $T_n$  ve  $M_n$  tesir çizgileri konsol kirişler gibidir.

- A, B mesnet tepkileri tesir çizgileri ile, mesnetler arasındaki bir (m) kesitinin  $T_m$  ve  $M_m$  tesir çizgileri aynen "L" açıklıklı bir basit kiriş gibi çizilir, sonra cıkmalar üzerinde aynı doğrultuda devam ettirilir.



### b) Dolaylı (indirekt) yükleme

Önce dolaysız yüklemeye ait tesir çizgileri çizilir, sonra kesitin iki yanındaki enlemeler arasında düzeltme yapılır.

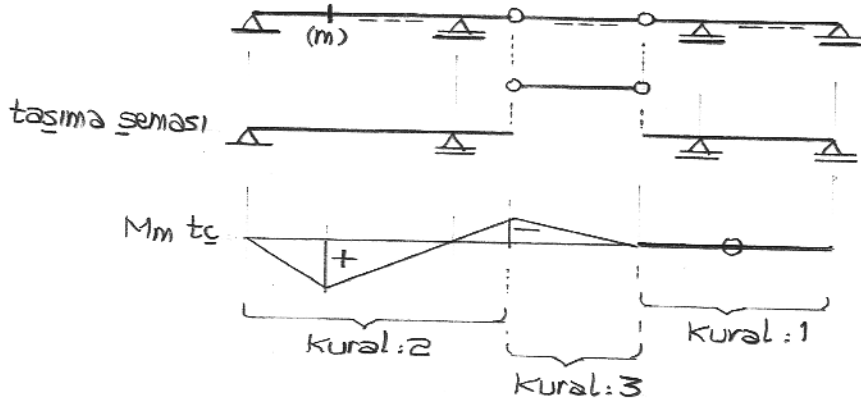
## Gerber kirişlerinde tesir çizgileri

### a) Kurallar

- 1- Tesir çizgisi çizilmek istenen büyüklüğün üzerinde bulunduğu parça ile bu parçanın taşıdığı diğer parçalar dışında, tesir çizgisi sıfırdır.

- 2- Tesir çizgisi çizilmek istenen büyüklüğün üzerinde bulunduğu parça üzerindeki tesir çizgisi bölümü, basit kiriş, konsol kiriş ve çukmalı kiriş tesir çizgileri gibi çizilir.
- 3- Komşu parçalar üzerindeki tesir çizgisi bölümleri
  - a) mesnetlerde sıfırdan geçecek şekilde ve
  - b) mafsalarda kırıklık yapacak şekilde tamamlanır.

### • Uygulama



### b) Hesapta izlenen yol

- 1- Tasıma seması çizilir.
- 2- Kural: 1, 2 ve 3' ten yararlanılarak, aranan tesir çizgisi diyagramı oluşturulur.
- 3- Ordinatların hesabında tales bağıntısından yararlanılır.

### c) Dolaylı yükleme

Önce dolaysız yüklemeye ait tesir çizgisi çizilir. Sonra, kesitin iki yanındaki entemeler arasında düzeltme yapılır.

### Birleşik izostatik sistemlerde tesir çizgileri

Birleşik izostatik sistemlerde tesir çizgileri Gerber kirişlerine benzer olarak çizilebilir. Bunun için, önce tasıma seması çizilir, sonra kurallardan yararlanılarak tesir çizgisi oluşturulur.

### ÖRNEK

Şekilde verilen Gerber kirişinde,

- a)  $M_1, T_1, M_2, T_2, M_3, T_3, T_4$  kesit zorları ve D mesnet tepkisi tesir çizgisi çizilecektir.
- b) Şekilde verilen hareketli yükten oluşan maksimum ve minimum  $M_1, T_1$  kesit zorları hesaplanacaktır.

