YAPI STATİĞİ II – DERS NOTLARI (1983–84)

HİPERSTATİK SİSTEMLER

Tanım: Bütün mesnet tepkilerinin ve kesit zorlarının, bunlara bağlı olarak şekildeğiştirme ve yerdeğiştirmelerin hesabı için denge denklemlerinin yeterli olmadığı sistemlere hiperstatik sistemler denilmektedir.

Hiperstatik sistemlerin hesabı için:

a– denge denklemlerine,

b– iç kuvvet – şekildeğiştirme bağıntılarına,

$$\frac{\Delta\varphi}{ds} = \frac{M}{EI} + \frac{\varepsilon \Delta t}{d} \quad , \quad \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{N}{EA} + \varepsilon t \quad , \quad \frac{\Delta v}{ds} = \frac{V}{GA},$$

c– geometrik uygunluk şartlarına (süreklilik denklemleri) ihtiyaç vardır.

Dış etkiler (sebepler):

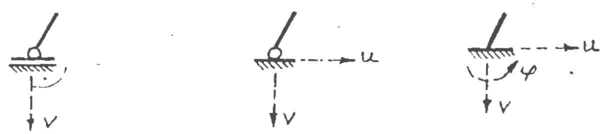
Bir hiperstatik sistemde kesit zorları, şekildeğiştirme ve yerdeğiştirme meydana getiren dış etkilerin başlıcaları şunlardır:

a– dış yükler

b– sıcaklık değişmesi
   i – düzgün (t)
   ii – farklı (Δt)

c– rötre (negatif düzgün sıcaklık değişmesine eşdeğer kabul edilir.)

d– mesnet çökmeleri: mesnetlerin tanımına uymayan yerdeğiştirmelerdir.



u, v: doğrusal (lineer) mesnet çökmeleri
φ: açısal mesnet çökmesi

e– ilkel kusurlar, öngerme v.s.

İzostatik sistemlerde, sıcaklık değişmesi, rötre, mesnet çökmesi, v.b. etkilerden ~~ilkel kusurlar ve öngermeden dolayı~~ kesit zorları meydana gelmediği halde; hiperstatik sistemlerde bu etkilerden dolayı kesit zorları meydana gelir.

Hiperstatik sistemlerin hesap yöntemleri

A) Klasik Metotlar.

1_ Kuvvet yöntemi (sürekli kirişlerde Clapeyron denklemleri)

2_ Deplasman yöntemleri
   a) Açı yöntemi
   b) Cross yöntemi
   c) Sabit noktalar yöntemi
   d) Kani yöntemi v.s

3_ Başlangıç değerleri yöntemi (Travers yöntemi)

B) MATRİS YÖNTEMLERİ

1- Matris kuvvet yöntemi

2 - Matris Deplasman yöntemi

KUVVET YÖNTEMİ

A) TANIMLAR

<u>İzostatik esas sistem</u>: Bir hiperstatik sistemde kesimler yapılarak bazı kesit zorları ve/veya mesnet tepkilerinin kaldırılması ile elde edilen taşıyıcı ve izostatik sisteme denir. Bir hiperstatik sistemden çok sayıda izostatik esas sistem elde edilebilir.

<u>Hiperstatik bilinmeyen</u>: Hiperstatik sistemde yapılan kesimlerle kaldırılan kesit zorları ve mesnet tepkileridir.

<u>Hiperstatiklik derecesi</u>: Hiperstatik sistemi izostatik hale getirmek için, yapılan kesimlerle kaldırılan kesit zorları ve mesnet tepkilerinin sayıdır.

Hiperstatiklik derecesi, bir hiperstatik sistemin bütün mesnet tepkilerinin ve kesit zorlarının hesaplanabilmesi için denge denklemlerine ilave edilmesi gereken denklemlerin (süreklilik dahil) sayısını verir.

Bir hiperstatik sistemi izostatik hale getirirken;

a_ yalnız mesnet tepkilerinin kaldırılması yeterli ise, bu hiperstatik sisteme <u>dıştan hiperstatik</u>,

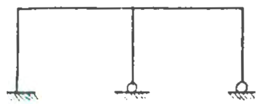
b_ yalnız kesit zorlarının kaldırılması gerekli ise, <u>içten hiperstatik</u>,

c_ hem mesnet tepkilerinin ve hem de kesit zorlarının kaldırılması gerekiyorsa <u>içten ve dıştan hiperstatik sistem</u> denir.

$$n = 3*k + r - 3 - m$$

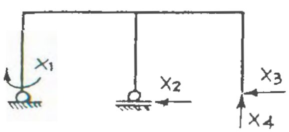
UYGULAMA :

1)

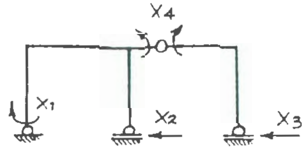


k : kapalı göz sayısı
m : toplam mafsal koşulu sayısı
r : mesnet tepkilerinin sayısı
n : hiperstatiklik derecesi

$n = r - 3$ $n = 7 - 3 = 4$



izostatik esas sistem (i.e.s.)



(i.e.s.)

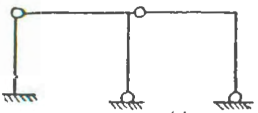
mesnet tepkisi
ve/veya
kesit zoru
(M, N, T)
çift yönlü
kapalı göz varsa
(içten hiperstatikse)
mutlaka kesit
zoru kaldırılmalı.

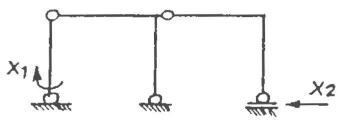
hiperstatiklik derecesi : 4 (dıştan hiperstatik)

hiperstatik bilinmeyenler: X_1, X_2, X_3, X_4

NOT: Dıştan hiperstatik bir sistemden izostatik esas sistem elde ederken, bazı kesit zorları da hiperstatik bilinmeyen olarak seçilebilir.

2)





(i.e.s.)

m : mafsal sayısı
elde edilebilen koşulların

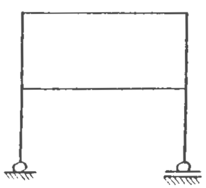
$n = r - 3 - m$

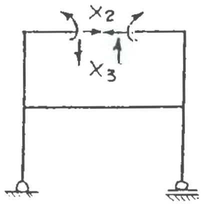
$n = 7 - 3 - 2 = 2$

hiperstatik bilinmeyenler: X_1, X_2

NOT: Bir noktada birleşen üç çubuğun ucuna konulan mafsal (2) denge denklemi yerine geçer.

3)





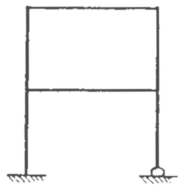
$n = r - 3 = 3 - 3 = 0$

→ dıştan izostatik, içten hiperstatik

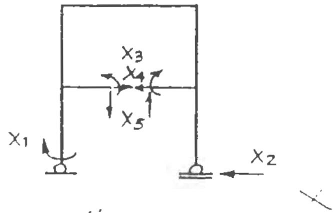
(i.e.s.)

hip. bilinmeyenler. X_1, X_2, X_3

4)



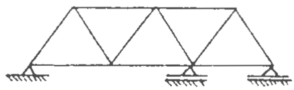
dıştan ve içten hiperstatik sistem

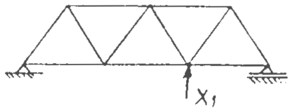


(i.e.s.)

$n = 5 - 3 = 2$ → 2. dereceden dıştan, 3. dereceden içten hiperstatik

5)



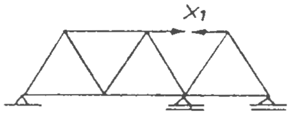


(i.e.s.)

ç : çubuk sayısı
d : düğüm noktaları sayısı (mesnetler dahil)

$$\boxed{n = r + ç - 2d}$$

$n = 4 + 11 - 2 \times 7 = 1$



(i.e.s.)

B) KUVVET YÖNTEMİNİN PRENSİBİ

Kuvvet yöntemi iki temel prensibe dayanmaktadır.

1) Hiperstatik sistemde dış etkilerden meydana gelen kesit zorları, şekildeğiştirme ve yerdeğiştirmeler, izostatik esas sistemde,

   a) dış etkilerden
   b) hiperstatik bilinmeyenlerden

   oluşan kesit zorları, şekildeğiştirmeler ve yerdeğiştirmelerin toplamına eşittir. (Süperpozisyon prensibi)

2) Hiperstatik bilinmeyenler, bu bilinmeyenler doğrultusundaki geometrik uygunluk şartlarından yararlanarak tayin edilirler. (süreklilik denklemleri)

E) GEOMETRİK UYGUNLUK ŞARTLARI (SÜREKLİLİK DENKLEMLERİ)

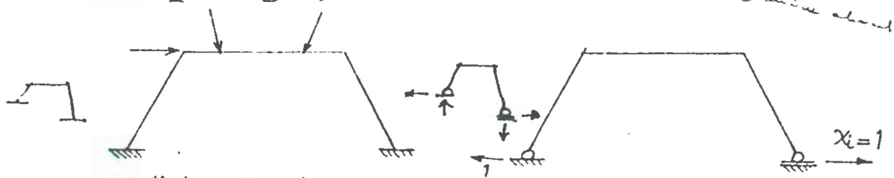
Hiperstatik sistemin kesim yapılan noktalarındaki geometrik uygunluk ~~şartlarını~~ koşullarını ifade eden denklemlere süreklilik denklemleri denilmektedir.

Bir hiperstatik sistemde hiperstatiklik derecesi kadar süreklilik denklemi yazılabilir.

Süreklilik denklemlerinin yazılması için Virtüel iş teoreminden yararlanılır

(i) sayılı süreklilik denkleminin yazılması

Sistemde dış etki olarak yalnız dış yüklerin bulunması hali (sıcaklık değişmesi ve mesnet çökmesi yok)



(virtüel şekildeğiştirme durumu)

hiperstatik sistem

kesit zorları: M, N, T

şekildeğiştirmeler: $\frac{\Delta\varphi}{ds} = \frac{M}{EI}$

$\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{N}{EF}$ (2)

$\frac{\Delta v}{ds} = \frac{T}{GF'}$

(yükleme durumu)

izostatik esas sistemde $X_i = 1$ durumu

M_i, N_i, T_i

Virtüel iş teoremine göre:

$\int M_i \Delta\varphi + \int N_i \Delta ds + \int T_i \Delta v = 0$
$(i = 1, 2, \ldots, n)$

$\boxed{\text{İç kuvvetlerin işi} = \text{dış kuvvetlerin işi}}$

(3) $$\boxed{\int M_i M \frac{ds}{EI} + \int N_i N \frac{ds}{EF} + \int T_i T \frac{ds}{GF'} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)}$$

Kapalı süreklilik denklemi (KSD)

M,N,T nin süperpozisyon denklemlerindeki ifadeleri yerine konarak denklem yeniden düzenlenirse,

$\int N_i (N_0 + N_1 X_1 + \ldots) \frac{ds}{EF}$

$$\int M_i (M_0 + M_1 X_1 + M_2 X_2 + \ldots + M_n X_n) \frac{ds}{EI} + \int \ldots + \int \ldots = 0$$

$\int T_i (T_0 + T_1 X_1 \ldots) \frac{ds}{GF'}$

$$\int M_i M_0 \frac{ds}{EI} + X_1 \int M_i M_1 \frac{ds}{EI} + \ldots + X_n \int M_i M_n \frac{ds}{EI} +$$

$$+ \int N_i N_0 \frac{ds}{EF} + X_1 \int N_i N_1 \frac{ds}{EF} + \ldots + X_n \int N_i N_n \frac{ds}{EF} +$$

$$+ \underbrace{\int T_i T_0 \frac{ds}{GF'}}_{\delta_{i0}} + X_1 \underbrace{\int T_i T_1 \frac{ds}{GF'}}_{\delta_{i1}} + \ldots + X_n \underbrace{\int T_i T_n \frac{ds}{GF'}}_{\delta_{in}} = 0$$

(4) $\delta_{i0} + \delta_{i1} X_1 + \delta_{i2} X_2 + \dots + \delta_{in} X_n = 0 \qquad (i=1,2,\dots n)$

Bu denklem sistemi $i = 1,2,\dots n$ için açık olarak yazılırsa

$$\begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \dots\dots + \delta_{1n} X_n &= 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \dots\dots + \delta_{2n} X_n &= 0 \\ &\vdots \\ \delta_{n1} X_1 + \delta_{n2} X_2 + \dots\dots + \delta_{nn} X_n &= 0 \end{aligned}$$

$+\delta_{10}$ $+\delta_{n0}$

(5) (3a)

açık süreklilik denklemi (ASD)

şeklini alır

Açık süreklilik denkleminde katsayı ve sabitler;

δ_{ik} : $X_k = 1$ yüklemesinden dolayı X_i bilinmeyeninin tatbik noktasının yerdeğiştirmesidir. Denklem takımının katsayıları adını alır.

yüklemesi

$$\boxed{\delta_{ik} = \int M_i M_k \frac{ds}{EI} + \int N_i N_k \frac{ds}{EF} + \int T_i T_k \frac{ds}{GF'}}$$

Betti karşıtlık teoremi gereğince $\boxed{\delta_{ik} = \delta_{ki}}$ bağıntısı vardır. Buna göre; n. dereceden hiperstatik bir sistemin hesabında tayin edilmesi gereken katsayıların sayısı n^2 yerine $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n}{2}(n+1)$ olmaktadır.

δ_{i0} : $X=0$ yüklemesinden dolayı X_i bilinmeyeninin tatbik noktasının yerdeğiştirmesidir. Denklem takımının yük sabitleri adını alır.

$$\boxed{\delta_{i0} = \int M_i M_0 \frac{ds}{EI} + \int N_i N_0 \frac{ds}{EF} + \int T_i T_0 \frac{ds}{GF'}}$$

n. dereceden hiperstatik bir sistemde tayin edilmesi gereken yük sabitlerinin sayısı (n) dir

Özel Halleri;

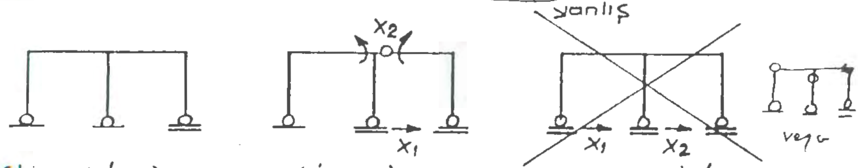
Uzama ve kayma şekildeğiştirmelerinin terkedilmesi halinde:

$$\delta_{ik} = \int M_i M_k \frac{ds}{EI} \quad , \qquad \delta_{i0} = \int M_i M_0 \frac{ds}{EI}$$

İZOSTATİK ESAS SİSTEMİN SEÇİLMESİ

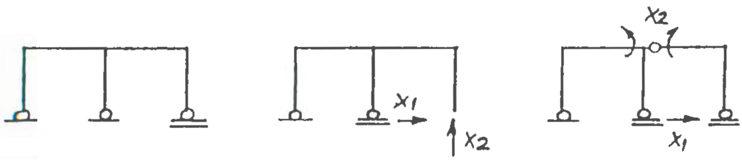
Hiperstatik sistemlerin Kuvvet Yöntemi ile hesabında, izostatik esas sistem seçerken uyulması gereken kurallar şunlardır:

1_ Seçilen sistem taşıyıcı olmalı; oynak olmamalıdır. Oynak sistem seçilmesi halinde bütün hesaplar anlamsız ve yalnış olacaktır.



(hip. sistem) (i.e.s.) OYNAK sistem

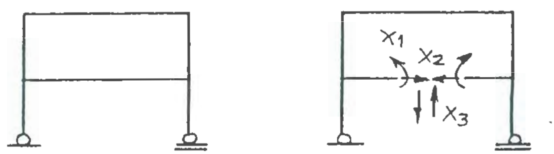
2_ Dıştan hiperstatik sistemlerde mesnet tepkileri ve/veya kesit zorları kaldırılarak i.e.s. elde edilebilir.



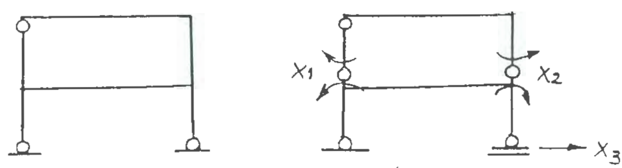
(hip. sistem) (i.e.s.) veya (i.e.s.)

Bura karışık.

3_ İçten hiperstatik sistemlerde mutlaka kesit zorları kaldırılarak i.e.s. elde edilmelidir. İçten ve dıştan hiperstatik sistemlerde ise, en az içten hiperstatiklik derecesi kadar kesit zoru kaldırılmalıdır.

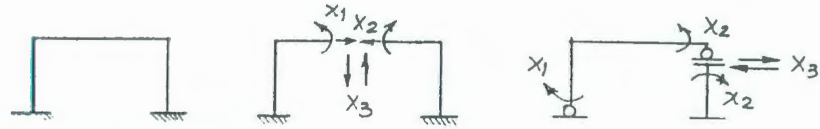


hip. sistem (içten hip.) (i.e.s.)



hip sistem (2° içten + 1° dıştan) (i.e.s.)

4– Kesit zorlarının hiperstatik bilinmeyen olarak seçilmesi halinde birim yükleme bir çift kuvvet veya momenttir.



(hip. sistem) (i.e.s.) (i.e.s.)

İzostatik esas sistem seçiminde öneriler

Uygun bir izostatik sistemde, gerek $X=0$ yüklemesinden gerekse $X_i=1$ yüklemelerinden oluşan kesit zorları diyagramları,

1– kolay çizilebilmeli,

2– sistem üzerinde fazla dallanmamalı (yayılmamalı),

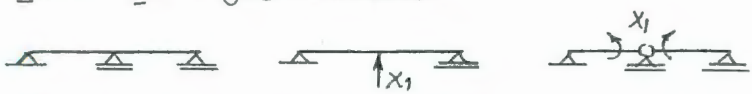
3– yuvarlanma hatalarını önlemek için, diyagramların ordinatlarının birbirinden çok farklı olmaması sağlanmalıdır.
(yuvarlanma hatalarına ve denklem takımının stabilitesine ilişkin açıklama)

Bu özelliklerin sağlanabilmesi için :

1– İzostatik esas sistem basit kiriş, basit çerçeve veya bunların birleşmesinden oluşan ve taşıma şeması kolayca çizilebilen bir sistem olmalıdır.

2– Üç mafsallı sistem ve gerber kirişi gibi kesit zorları diyagramları daha zor çizilebilen sistemlerden kaçınılmalıdır.

3– Açıklıklar çok büyük olmamalıdır.

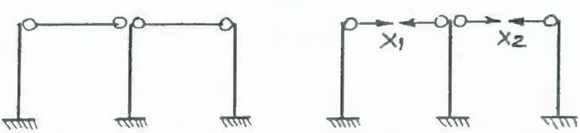


(hip. sistem) (uygun olmayan i.e.s.) (uygun i.e.s.)

4– Bazı özel haller dışında, konsol sistemlerden kaçınılmalıdır.

(hip. sistem) (uygun olmayan ies.) (uygun ies)

özel hal:



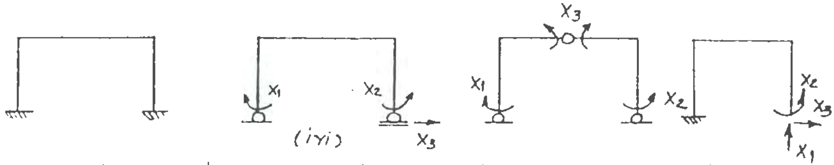
(hip. sistem) (uygun ies)

İZOSTATİK ESAS SİSTEMİN SEÇİLMESİ

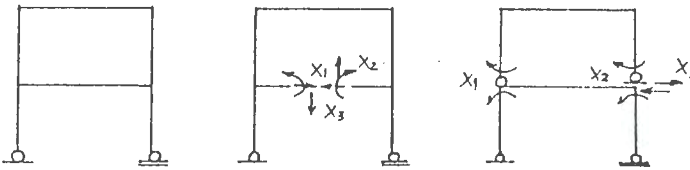
Bir hiperstatik sistemden çok sayıda izostatik esas sistem seçilebilir. Bunu yaparken dikkat edilecek en önemli husus seçilen sistemin oynak olmamasıdır.

İzostatik esas sistem seçiminde dikkat edilecek diğer hususlar şunlardır:

1– dıştan hiperstatik sistemlerde mesnet tepkisi veya kesit tesiri kaldırılabilir.



2– içten hiperstatik sistemlerde mutlaka kesit zorları kaldırılmalıdır. içten ve dıştan hiperstatik sistemlerde ise, en az içten hip. derecesi kadar iç kuvvet kaldırılmalıdır.



3– kesit zorlarının kaldırılması halinde birim yükleme zıt yönlü çift moment veya çift kuvvettir.

4– X=0 ve birim yükleme diyagramları kolay çizilebilmeli ve sistem üzerinde dallanmamalıdır. Bunun için;

ve ordinatları birbirinden çok farklı olmalıdır.

a– izostatik esas sistemin basit kiriş, basit çerçeve veya bunların birleşmesinden oluşan bir sistem olması sağlanmalıdır.

b– açıklıklar küçük olmalıdır.

gerçek olarak birimle

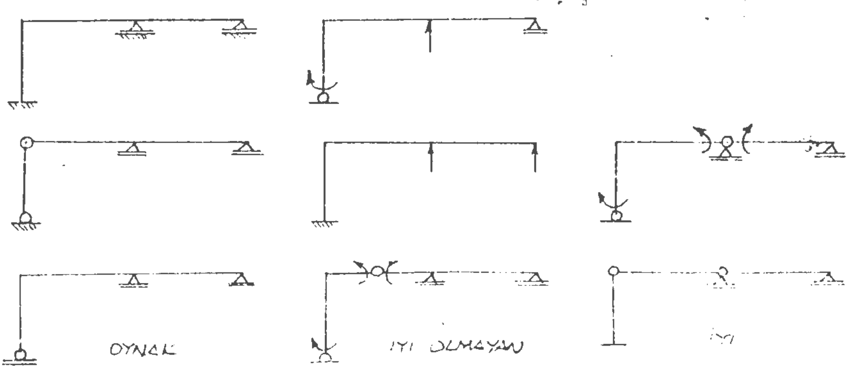
c– konsollardan kaçınılmalıdır.

d– Üç mafsallı çerçeve ve gerber kirişi seçilmemelidir.

(İSTİSNA)

gibi, M° ve Mi diyagramları daha zor çizileceği sistemler.

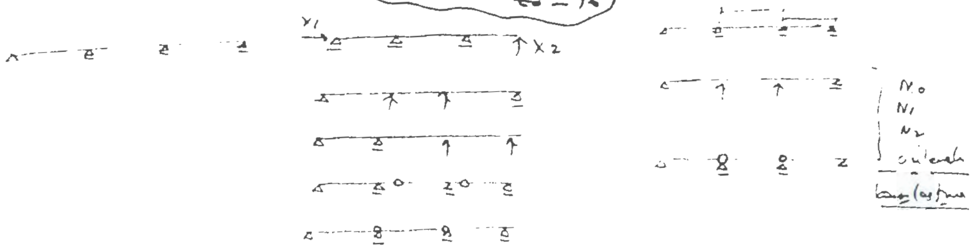
UYGULAMA 2



UYGULAMA: 1

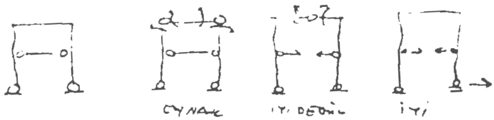
4 açıklıklı için
Ek – 95

Bunlar uygulanacak.

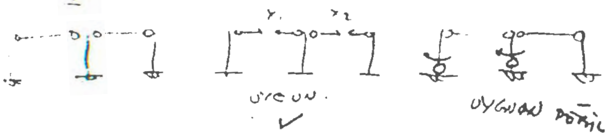


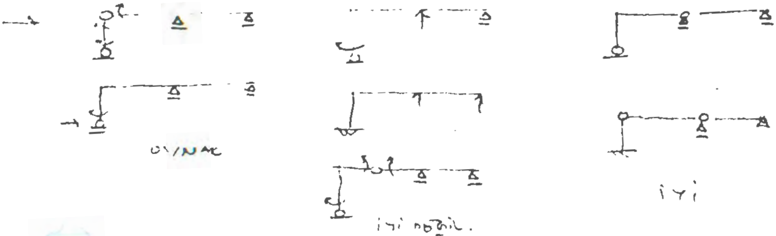
UYGULAMA 2

UYGULAMA: 3

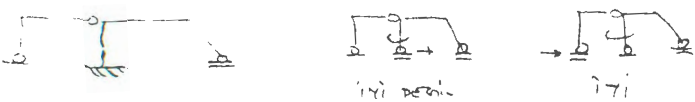


UYGULAMA 4





UYGULAMA: 5



kafes sistemlerde: $M = T = 0$ olduğundan

$$\delta_{ik} = \Sigma S_i S_k \frac{l}{EF} \quad , \quad \delta_{i0} = \Sigma S_i S_0 \frac{l}{EF}$$

S_i, S_k, S_0 : birim yüklemelerden ve $X=0$ yüklemesinden oluşan çubuk kuvvetleri

UYGULAMA:

Üçüncü dereceden hiperstatik bir sistemde açık süreklilik denklemi:

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \delta_{10} = 0$$
$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + \delta_{20} = 0$$
$$\delta_{31} X_1 + \delta_{32} X_2 + \delta_{33} X_3 + \delta_{30} = 0$$

hesaplanacak katsayılar, $\frac{n}{2}(n+1) = \frac{3}{2}(3+1) = 6$ tane

$$\delta_{11} , \ \delta_{12} = \delta_{21} , \ \delta_{13} = \delta_{31} , \ \delta_{22} , \ \delta_{23} = \delta_{32} , \ \delta_{33}$$

hesaplanacak yük sabitleri: $n = 3$ tane $\delta_{10}, \delta_{20}, \delta_{30}$

F) HESAPTA İZLENECEK YOL

1 – İzostatik esas sistem ve hiperstatik bilinmeyenler seçilir.

2 – $X=0$ yüklemesi yapılarak M_0, N_0, T_0 diyagramları çizilir. Uzama ve kayma şekildeğiştirmelerinin terkedilmesi halinde N_0, T_0 diyagramlarının çizilmesine gerek yoktur.

3 – $X_i = 1$ yüklemesi yapılarak M_i, N_i, T_i diyagramları (uzama ve kayma şekildeğiştirmeleri terkediliyorsa yalnız M_i) çizilir. Bu işlemler n kere ($i = 1, 2, \ldots n$) tekrarlanır.

4 – Denklem takımının δ_{ik} katsayıları ve δ_{i0} yük sabitleri hesaplanır. Bu terimlerin hesabı için çarpım tablolarından yararlanılır.

Uygulamada, paydadaki EI terimlerinden kurtulmak için denklem takımının bütün terimleri EI_c ile (karşıyım) çarparak δ_{ik} ve δ_{i0} yerine

$$EI_c \delta_{ik} = \int M_i M_k \frac{I_c}{I} ds + \ldots \qquad EI_c \delta_{i0} = \int M_i M_0 \frac{I_c}{I} ds + \ldots$$

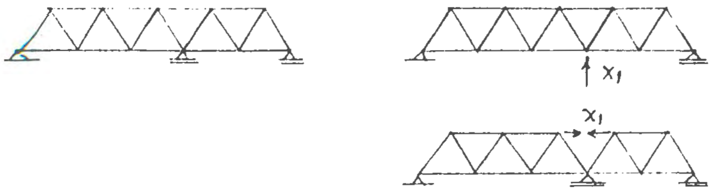
hesaplanır. Burada I_c herhangi bir atalet momentidir ve genellikle çubukların atalet momentlerinin en küçük ortak katı olarak seçilir. Görüldüğü gibi, bir hip. sistemin dış yükler için hesabında I 'lerin (çubukların atal. mom.) oranlarının bilinmesi yeterlidir.

5 – Denklem takımı kurulur ve çözülerek $X_1, X_2, \ldots X_n$ hiperstatik bilinmeyenleri tayin edilir.

6 – Kesit zorları diyagramları çizilir. Bunun için iki yoldan yararlanılabilir:

a – süperpozisyon denklemleri ile $M = M_0 + M_1 X_1 + \ldots + M_n X_n$ vs.

b – dış yükler ve hiperstatik bilinmeyenler izostatik esas sisteme yüklenerek.

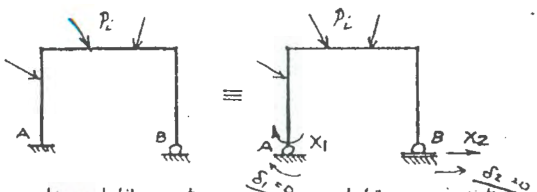


B) YÖNTEMİN PRENSİBİ :

1) Hiperstatik sistemde dış etkilerden (sebepler) meydana gelen kesit zorları şekildeğiştirmeler ve yerdeğiştirmeler, izostatik esas sistemde a) dış etkilerden b) hiperstatik bilinmeyenlerden doğan kesit zorları, şekildeğiştirmeler ve yerdeğiştirmelerin toplamına eşittir. (Süperpozisyon prensibi))

UYGULAMA:

2) Hiperstatik bilinmeyenler, bu bilinmeyenler doğrultusundaki geometrik uygunluk şartlarından yararlanarak tayin edilirler. (süreklilik denklemleri)



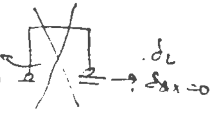
hiperstatik sistem — izostatik esas sistem

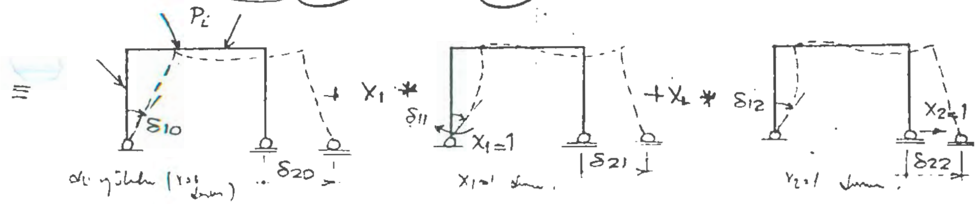
hesabı yapılırken ortadaki

Hiperstatik sistemin hesaplanabilmesi için X_1, X_2 hiperstatik bilinmeyenlerinin tayin edilmesi gerekmektedir. Bunun için ise [redacted] geometrik uygunluk şartlarından yararlanılır.

bilinmeyenler X_1, X_2 nedeniyle [redacted]

$\varphi_A = 0$ $(\delta_1 = 0)$, $\delta_{BX} = 0$ (δ_2)





	dış yükler (X=0 durumu)	$X_1=1$ durumu	$X_2=1$ durumu
kesit zorları:	M_0, N_0, T_0	M_1, N_1, T_1	M_2, N_2, T_2
yerdeğiştirmeler:	δ_{10}, δ_{20}	δ_{11}, δ_{21}	δ_{12}, δ_{22}

KUVVET YÖNTEMİ İŞLEM BASAMAKLARI

1- izostatik esas sistem ve hiperstatik bilinmeyenler seçilir.

2- $X=0$ yüklemesi yapılarak M_o, N_o, V_o diyagramları çizilir. Uzama ve kayma şekil değiştirmelerinin ihmal edilmesi durumunda N_o ve V_o çizilmez.

3- $X_i=1$ yüklemelerine ait M_i, N_i, V_i diyagramları (Uzama ve kayma şekil değiştirmeleri ihmal ediliyorsa N_i ve V_i çizilmez) çizilir.

4- Denklem takımının δ_{ik} katsayıları ve δ_{io} yük sabitleri hesaplanır. Bu terimlerin hesabı için çarpım tablolarından yararlanılır. Uygulamada paydadaki EI teriminden kurtulmak için Denklem takımının bütün terimleri EI_c ile çarpılarak δ_{ik} ve δ_{io} yerine

$$EI_c\,\delta_{ik} = \int M_i . M_k . \frac{I_c}{I}\, ds + \cdots \qquad EI_c\,\delta_{io} = \int M_i . M_o \frac{I_c}{I}\, ds + \cdots$$

hesaplanır. Burada I_c herhangi bir atalet momentidir. Genellikle çubukların atalet momentlerinin en küçük ortak katı olarak seçilir. Görüldüğü gibi hiperstatik sistemlerin dış yükler altında çözümü için çubukların ATALETMOMENTLERİ'nin bilinmesine ihtiyaç vardır.

5- Denklem takımı kurulur ve $X_1, X_2, \ldots, X_n$ hiperstatik bilinmeyenler tayin edilir.

6- Kesit zorları diyagramları çizilir. Bunun için iki yoldan yararlanılır.

a) Süperpozisyon denklemleri $M_i = M_{io} + M_{i1}X_1 + \cdots + M_{in}X_n$ v.s.

b) Dış yükler ve hiperstatik bilinmeyenler izostatik esas sisteme yüklenerek çözüm yapılır.

7- Sonuçlar kontrol edilir. Bunun için kapalı süreklilik denklemleri (K.S.D.)'nden yararlanılır.

$$\int M . M_i \frac{ds}{EI} = 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\text{rölatif hata} = \frac{(+)\text{ terimlerin toplamı} - (-)\text{ terimlerin toplamı}}{(+)\text{ ve } (-)\text{ terimlerin ortalaması}} \leq \begin{matrix}0.005\\ \text{veya}\\ 0.01\end{matrix} \text{ olmalıdır.}$$

kesim yapılan noktadaki

~~Hiperstatik [illegible]~~ geometrik uygunluk şartları. yazılır.

$$\left.\begin{array}{l} \delta_1 = \varphi_A = \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{10} = 0 \\ \delta_2 = \delta_{BY} = \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{20} = 0 \end{array}\right\}$$ süreklilik denklemleri $\longrightarrow$ X_1, X_2 bulunur.

Hiperstatik sistemin kesit tesirleri:

$$\left.\begin{array}{l} M = M_0 + M_1X_1 + M_2X_2 \\ N = N_0 + N_1X_1 + N_2X_2 \\ T = T_0 + T_1X_1 + T_2X_2 \end{array}\right\}$$ süperpozisyon denklemleri

süreklilik $\delta_{10}, \delta_{20}, \delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$ yerdeğiştirmeleri Virtüel iş teoremi ile hesaplanarak denklem takımı çözülür ve X_1, X_2 hiperstatik bilinmeyenleri bulunur. Sonra süperpozisyon denklemleri ile hiperstatik sistemin kesit zorları elde edilir.

$X=0$ ve $X_i=1$

C) [redacted] YÜKLEMELERİ

X=0 Yüklemesi:

İzostatik esas sisteme yalnız dış yükler etkitilir. Bu durumda meydana gelen kesit zorları diyagramları M_0, N_0, T_0 ile gösterilir.

$X_i=1$ Yüklemesi:

İzostatik esas sisteme yalnız X_i hiperstatik bilinmeyeninin birim değeri etkitilir. Meydana gelen kesit zorları diyagramları M_i, N_i, T_i ile gösterilir. Bir hiperstatik sistemin herabinca hiperstatiklik derecesi kadar $(i=1,2,\ldots,n)$ birim yükleme yapılır.

D) SÜPERPOZİSYON DENKLEMLERİ

Hiperstatik sistemde dış etkilerden meydana gelen büyüklükler (kesit zorları, mesnet reaksiyonları, yerdeğiştirmeler v.s.) izostatik esas sistemde dış etkilerden ve hiperstatik bilinmeyenlerden meydana gelen büyüklüklerin toplamına eşittir.

$$(1)\qquad \left.\begin{array}{l} M = M_0 + M_1X_1 + M_2X_2 + \ldots + M_nX_n \\ N = N_0 + N_1X_1 + N_2X_2 + \ldots + N_nX_n \\ T = T_0 + T_1X_1 + T_2X_2 + \ldots + T_nX_n \\ R = \underbrace{R_0}_{\text{dış etkilerden}} + \underbrace{R_1X_1 + R_2X_2 + \ldots + R_nX_n}_{\text{hiperstatik bilinmeyenlerden}} \end{array}\right\}$$ süperpozisyon denklemleri

7_ Sonuçlar kontrol edilir. Bunun için kapalı süreklilik denklemlerinden yararlanılır. Hiperstatik sisteme ait M,N,T diyagramlarının uzama ve kayma şek. terkedilirse sıfır

$$\int M M_i \frac{ds}{EI} + \int N N_i \frac{ds}{EF} + \int T T_i \frac{ds}{GF} = 0 \qquad (i = 1,2,\ldots,n)$$

veya → $\int N N_i \frac{1}{?} ds = 0$

kapalı süreklilik denklemlerinin en çok %0,5 ~ %1,0 rölatif hata ile sağlanması gerekmektedir.

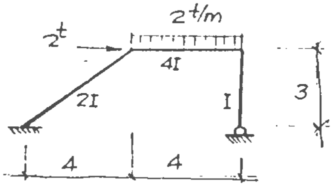
$$\text{rölatif hata} = \frac{(+)\text{ terimlerin toplamı} - (-)\text{ terimlerin toplamı}}{(+)\text{ ve }(-)\text{ terimlerin toplamlarının ortalaması}}$$

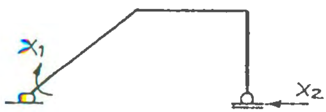
Bu kontrolün (n) adet kapalı süreklilik denklemi için tekrarlanması gerekmektedir.
sağlanması

ÖRNEK: 1

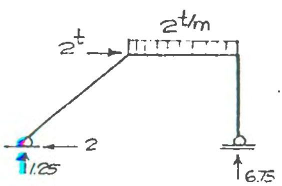
M,N,T diyagramlarının çizimi (uzama ve kayma şekildeğiştirmeleri terkedilmektedir.)

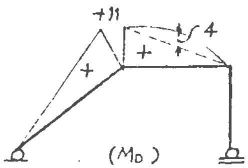
1_ izostatik esas sistem ve hiperstatik bilinmeyenler



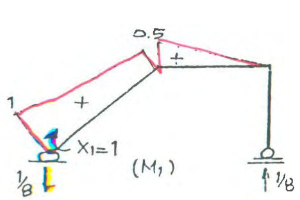


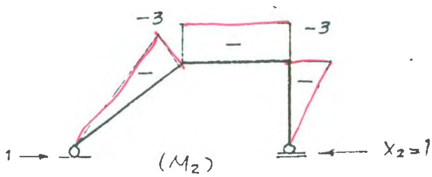
2_ X=0 yüklemesi





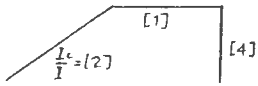
3_ X1 =1 ve X2 =1 yüklemeleri





4- $EI_c\delta_{ik}$ ve $EI_c\delta_{io}$ ların hesabı

$I_c = 4I$ seçilmiştir



$$EI_c\delta_{11} = \frac{1}{3}5(1^2+0.5+0.5^2)[2] + \frac{1}{3}4\times0.5^2[1] = 6.17$$

$$EI_c\delta_{12} = -\frac{1}{6}5\times3(1+2\times0.5)[2] - \frac{1}{2}4\times3\times0.5[1] = -13.00$$

$$EI_c\delta_{22} = \frac{1}{3}5\times3^2[2] + 4\times3^2[1] + \frac{1}{3}3\times3^2[4] = 102.0$$

$$EI_c\delta_{10} = \frac{1}{6}5\times11(1+2\times0.5)[2] + \frac{1}{3}4\times0.5\times11[1] + \frac{1}{3}4\times0.5\times4[1] = 46.67$$

$$EI_c\delta_{20} = -\frac{1}{3}5\times3\times11[2] - \frac{1}{2}4\times3\times11[1] - \frac{2}{3}4\times3\times4[1] = -208$$

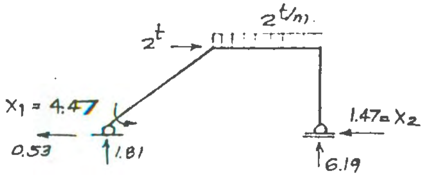
5- Denklem takımının kurulması ve çözümü

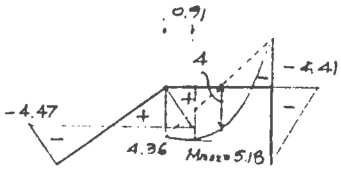
$$6.17X_1 - 13.0X_2 + 46.67 = 0$$

$$-13.0X_1 + 102X_2 - 208 = 0$$

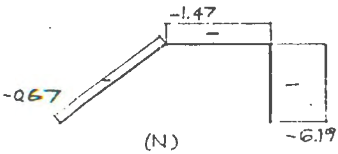
$X_1 = -4.47$ $\quad X_2 = 1.47$

6- M, N, T diyagramlarının çizimi

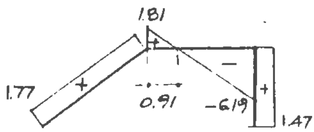




(M)



(N)



(T)

7- Kontrol

$$\int MM_1\frac{I_c}{I}ds = \frac{1}{6}5(-2\times1\times4.47+4.36-0.5\times4.47+2\times0.5\times4.36)[2] + \frac{1}{6}4\times0.5(2\times4.36-4.41)[1]$$

$$+\frac{1}{3}4\times0.5\times4[1] = 20.11 - 20.10 = 0.01$$

rölatif hata $= \frac{0.01}{20.10} = \%\,0.05$

$$\int MM_2\frac{I_c}{I}ds = -\frac{1}{6}5\times3(-4.47+2\times4.36)[2] - \frac{1}{2}4\times3(4.36-4.41)[1] - \frac{2}{3}4\times3\times4[1] + \frac{1}{3}3\times3$$

$$\times 4.41[4] = -101.76 + 101.73 = -0.03$$

rölatif hata $= \frac{0.03}{101.73} = \%\,0.03$

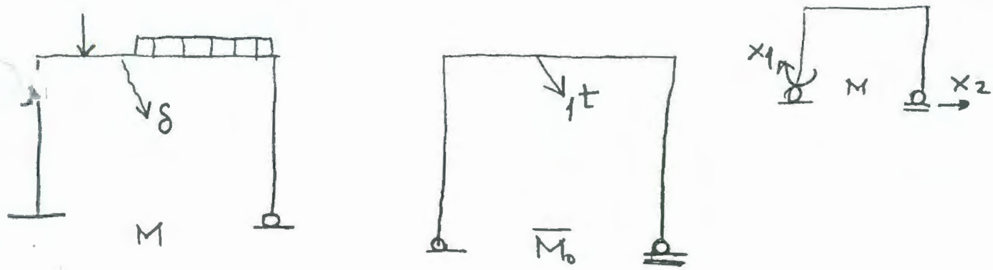
KISALTMA TEOREMİ

$$\delta = \int \overline{M} M \frac{ds}{EI} = \int \overline{M}_0 M \frac{ds}{EI} = \int \overline{M} M_0 \frac{ds}{EI}$$

İSPAT :

1) GEOMETRİK İSPAT

M = Hip. sis. dış etkilerden meydana gelen mom.
M_0 = izo esas sis. dış " " " "
$\overline{M}$ = Hip. sis. yerd. aradığımız yönde yapılan birim yüklemeden meydana gelen mom
$\overline{M}_0$ = İ.e.s. de " " " " "



X_1 ve X_2 hiperstatik bilinmeyenleri doğrultularındaki yerdeğiştirmeler sıfır olduğundan işleri de sıfırdır.

2) ANALİTİK İSPAT

$$\delta = \int M \overline{M} \frac{ds}{EI}$$

$$M = M_0 + M_1 X_1 + M_2 X_2 + \cdots + M_n X_n$$
$$\overline{M} = \overline{M}_0 + M_1 \overline{X}_1 + M_2 \overline{X}_2 + \cdots + M_n \overline{X}_n$$

$$\delta = \int M (\overline{M}_0 + M_1 \overline{X}_1 + M_2 \overline{X}_2 + \cdots + M_n \overline{X}_n) \frac{ds}{EI}$$

$$\delta = \int M \overline{M}_0 \frac{ds}{EI} + \overline{X}_1 \underbrace{\int M M_1 \frac{ds}{EI}}_{\text{I. KSD}=0} + \overline{X}_2 \underbrace{\int M M_2 \frac{ds}{EI}}_{\text{II. KSD}=0} + \cdots + \overline{X}_n \underbrace{\int M M_n \frac{ds}{EI}}_{n.\ \text{KSD}=0}$$

$$\delta = \int M \overline{M}_0 \frac{ds}{EI} \qquad \text{veya} \qquad \delta = \int M_0 \overline{M}$$

Sonuç: Çarpımlardan herhangi birini seçtiğimiz İES den alabiliriz.

KISALTMA TEOREMI

Virtüel iş teoremi ile yerdeğiştirme hesabında, (M, N, T) kesit zorları grubundan veya $(\bar{M}, \bar{N}, \bar{T})$ kesit zorları grubundan bir tanesi hiperstatik sisteme ait herhangi bir izostatik sistemden alınabilir.

Buna göre ;

$$\boxed{\begin{aligned} \delta_m &= \int \bar{M}\frac{M_0}{EI}ds + \int \bar{N}\frac{N_0}{EF}ds + \int \bar{T}\frac{T_0}{GF'}ds \\ \text{veya} \quad \delta_m &= \int \bar{M}_0\frac{M}{EI}ds + \int \bar{N}_0\frac{N}{EF}ds + \int \bar{T}_0\frac{T}{GF'}ds \end{aligned}}$$

Burada, $(M_0)(N_0)(T_0)$: hiperstatik sistemden elde edilen herhangi bir izostatik sistemde dış yüklerden meydana gelen M,N,T diyagramları

$(\bar{M}_0)(\bar{N}_0)(\bar{T}_0)$: hiperstatik sistemden elde edilen herhangi bir izostatik sistemde birim yüklemeden oluşan M,N,T diyagramları

NOT: Bu diyagramların alınacağı izostatik sistemin, hip. sistemin karşılığında kullanılan i.e.s.

İspat: Kısalık amacıyla 2°. hiperstatik bir sistemde gösterilecektir. Sonra pratik yoldur.
ayrıca ispat eyle.

$$\delta_m = \int \bar{M}\frac{M}{EI}ds + \int \bar{N}\frac{N}{EF}ds + \int \bar{T}\frac{T}{GF'}ds$$

$$\bar{M} = \bar{M}_0 + \bar{M}_1\bar{X}_1 + \bar{M}_2\bar{X}_2 \qquad \bar{N} = \bar{N}_0 + N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2 \qquad \bar{T} = \bar{T}_0 + T_1\bar{X}_1 + T_2\bar{X}_2$$

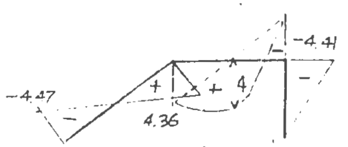
$$\delta_m = \int \bar{M}_0\frac{M}{EI}ds + \int \bar{N}_0\frac{N}{EF}ds + \int \bar{T}_0\frac{T}{GF'}ds + \bar{X}_1\left[\int M_1\frac{M}{EI}ds + \int N_1\frac{N}{EF}ds + \int T_1\frac{T}{GF'}ds\right] +$$

$$\delta_m = \int M\frac{\bar{M}_0}{EI}ds + \bar{X}_1\underbrace{\int \bar{M}_1 M\frac{ds}{EI}}_{=0} + \bar{X}_2\underbrace{\int \bar{M}_2 M\frac{ds}{EI}}_{=0} \quad \cdots + \bar{X}_2\underbrace{\left[\int M_2\frac{M}{EI}ds + \int N_2\frac{N}{EF}ds + \int T_2\frac{T}{GF'}ds\right]}_{=0}$$

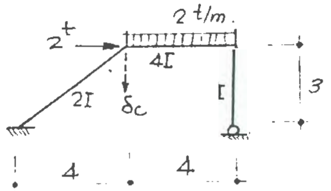
(kapalı süreklilik denklemi)

ÖRNEK:

δ_C düşey deplasmanının hesabı

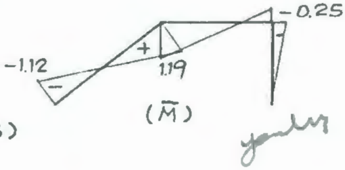


(M).



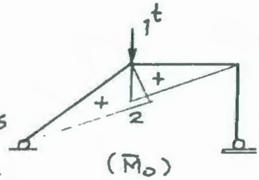
Kısaltma teoreminin kullanılmaması halinde;

$$\delta_C = \frac{1}{6}\frac{1}{2EI}\,5\,(2\times1.12\times4.47 - 4.36\times1.12 - 1.19\times4.47 + 2\times1.19\times4.36) + \frac{1}{6}\frac{1}{4EI}\,4\,(2\times1.19\times4.36 - 1.19\times4.41 - 0.25\times4.36 + 2\times0.25\times4.41) + \frac{1}{3}\frac{1}{4EI}\,4\times4\,(1.19-0.25) + \frac{1}{3}\frac{1}{EI}\,3\times0.25\times4.41 = \frac{7.64}{EI}$$



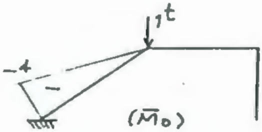
Kısaltma teoreminden yararlanarak,

$$\delta_C = \frac{1}{6}\frac{1}{2EI}\,5\times2\,(-4.47+2\times4.36) + \frac{1}{6}\frac{1}{4EI}\,4\times2\,(2\times4.36 - 4.41) + \frac{1}{3}\frac{1}{4EI}\,4\times4\times2 = \frac{7.64}{EI}$$



daha kolay bir izostatik sistem için;

$$\delta_C = -\frac{1}{6}\frac{1}{2EI}\,5\times4\,(-2\times4.47+4.36) = \frac{7.64}{EI}$$



GENEL HALDE YERDEĞİŞTİRME HESABI

Hiperstatik sistemde dış etki olarak dış yükler, sıcaklık değişmesi ve mesnet çökmesi olması halinde, yerdeğiştirme

$\alpha.\Delta t$ $\quad \alpha.t$

$$\boxed{1.\delta_m + \Sigma(\bar{R}.w) = \int \bar{M}\frac{M}{EI}ds + \int \bar{N}\frac{N}{EF}ds + \int \bar{T}\frac{T}{GF'}ds + \int \bar{M}\frac{\varepsilon\Delta t}{d}ds + \int \bar{N}\,\varepsilon t\,ds}$$

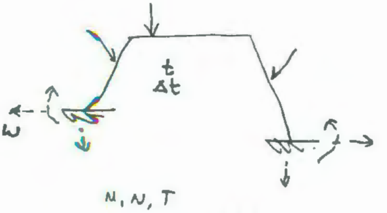
şeklinde hesaplanır.

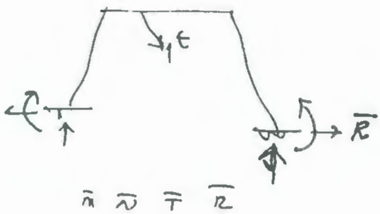
Burada, $\bar{R}$: birim yüklemeden dolayı hiperstatik sistemin mesnet reaksiyonlarını

w : hiperstatik sistemin verilen mesnet çökmelerini

göstermektedir.

Kısaltma teoremine göre, (M, N, T) veya $(\bar{M}, \bar{N}, \bar{T}, \bar{R})$ grubundan biri ...statik sistemden alınabilir.





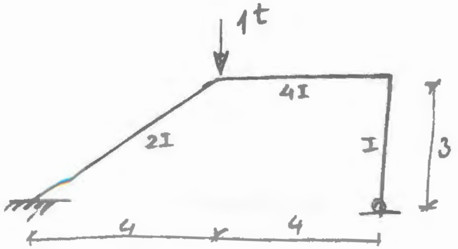
M, N, T

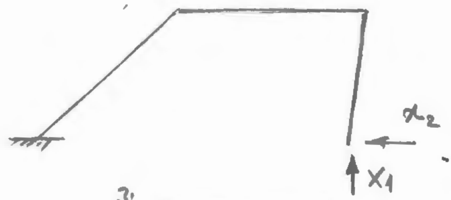
$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{M}{EI} + \frac{\varepsilon\Delta t}{d}$

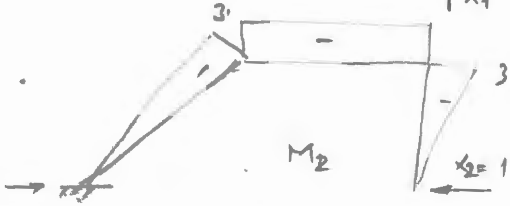
$\frac{d\Delta s}{ds} = \frac{N}{EF} + \varepsilon t$

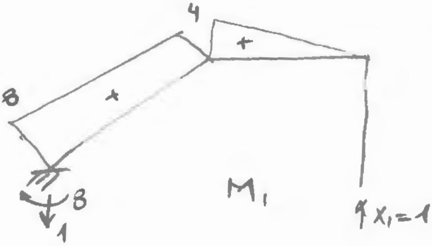
$\frac{dv}{ds} = \frac{T}{GF'}$

$\bar{m}$ $\bar{N}$ $\bar{T}$ $\bar{R}$









$I_c = 4I$

$EI_c\,\delta_{11} = \frac{1}{3}\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot [1]$

$\quad + \frac{1}{6}\cdot 5\left(2*8^2 + 2*8*4 + 2*4^2\right)[2]$

$\quad = 394,666667$

$EI_c\,\delta_{12} = -\frac{1}{6}\cdot 5\cdot 3\left(2*4+8\right)[2]$

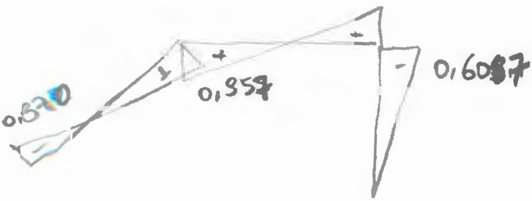
$\quad - \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3\cdot 4\ [1] = -104$

$EI_c\,\delta_{22} = \frac{1}{3}\cdot 5\cdot 3\cdot 3\ [2] + 4\cdot 3\cdot 3\cdot [1] + \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 3\cdot 3\ [4] = 102$

$EI_c\,\delta_{20} = \frac{1}{6}\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot [2] = 20$

$EI_c\,\delta_{10} = \frac{-1}{6}\cdot 5\cdot 4\left(2*8+4\right)[2] = -133,33333$

$$\begin{bmatrix} 394,666667 & -104 \\ -104 & 102 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -133,33333 \\ 20 \end{bmatrix} = 0 \qquad \begin{aligned} x_1 &= 0,3513^t \\ x_2 &= 0,2029^t \end{aligned}$$



$$EI_c\,\delta_2 = -\frac{1}{6}\cdot 5\cdot 3\,(2*0{,}855*0{,}872)^{[2]} - \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3\,(0{,}855*0{,}608)\,[1] + \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 3\cdot 0{,}608$$

$$= -7{,}266 + 7{,}308 = 0.042$$

hata $\frac{0.042}{7.287} = \%0\,57$

$$EI_c\,\delta_1 = \frac{1}{6}\cdot 5\,(2*8*0{,}870 * 0{,}870*4 + 8\times 0{,}857 + 2*4*0{,}857)\,[2]$$

$$+ \frac{1}{6}\cdot 4\cdot 4\,(2*0{,}857 + 0{,}6087)\,[4] = 0{,}0008$$

$$-3{,}48 + 3.4888 =$$ hata $\frac{0{,}0008}{3{,}4844} = \%\,0.00024$

$$EI_c\,\delta_c = \frac{1}{6}\cdot 5\,(2\times 4{,}47*0{,}870 - 4{,}47*0{,}857 + 4{,}36*0{,}870 + 2*4{,}36*0{,}857)$$

$$+ \frac{1}{6}\cdot 4\,(2*0{,}857*4{,}36 - 4{,}36*0{,}6087 - 4{,}41*0{,}857 + 2*4{,}41*0{,}6087]\,[1]$$

$$+ \frac{1}{3}\cdot 3*4{,}41*0{,}6087\cdot[4] = 30{,}574$$

$$+ \frac{1}{3}\cdot 4\cdot 4\,(0{,}857\ 0{,}6087)$$

$$\delta_c = \frac{7.644}{EI}$$

hata : $\dfrac{\text{fark}}{\text{*ve+ }l_i\text{ degerlerin ort}} \leq \%\,0{,}5$

%1 olmalı

Kısaltma teoremi kullanılarak

$$EI_c\,\delta_c = -\frac{1}{6}\cdot 5\cdot 4\,(-2*\overset{4{,}467}{4{,}47} + \overset{4{,}356}{4{,}36})\cdot[2] = 30{,}533$$

$$\delta_c = 7{,}633\,/EI$$

Kısaltma Teoreminin İspatı

Basitlik amacıyla 2° den hiperstatik bir sistem üzerinde ispat yapılacaktır

$$\delta_m = \int M\bar{M}\,\frac{ds}{EI}$$

(basitlik amacıyla uzama ve kayma şekildeğiştirmeleri terkedilmiştir)

$$\bar{M} = (\bar{M})_0 + M_1\bar{X}_1 + M_2\bar{X}_2$$

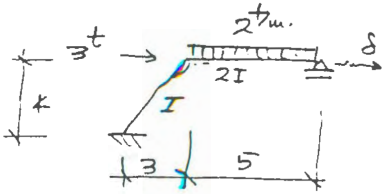
M_1, M_2 : ies'de birim yüklemelerden oluşan M diyagramları

$$\delta_m = \int M(\bar{M})_0\,\frac{ds}{EI} + \bar{X}_1\underbrace{\int M M_1\,\frac{ds}{EI}}_{=0\ (KSD)} + \bar{X}_2\underbrace{\int M M_2\,\frac{ds}{EI}}_{=0\ (KSD)}$$

buna göre: $\delta_N = \int M(\bar{M})_0\,\frac{ds}{EI}$

veya benzer şekilde $\delta_m = \int M_0\bar{M}\,\frac{ds}{EI}$

ÖRNEK:



$E = 2\times10^6\ t/m^2$, $I = 50\ dm^4$

a) hip sistem hesabı

b) $\bar{M}$ için δ hesabı

c) ies'den alınan $\bar{M}_0$ için δ hesabı

d)  bu ies için δ hesabı

Genel Halde Yerdeğiştirme Hesabı

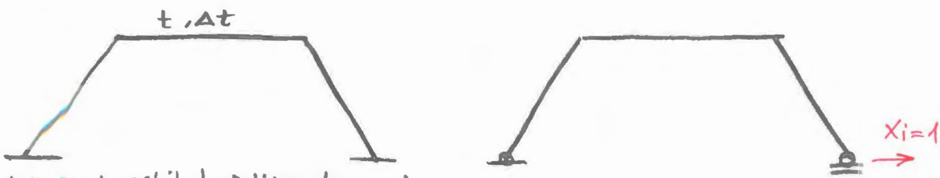
SICAKLIK DEĞİŞMESİNE GÖRE HESAP

Hiperstotik sisteme dışetki olarak sıcaklık değişmesinin etkimesi halinde süperpozisyon denklemlerinde bir değişiklik yoktur. Ancak izostotik esas sistemde sıcaklık değişmesinden meydana gelen kesit tesirleri sıfır olduğundan $M_0 = N_0 = V_0 = 0$ yazılır. Buna göre

$$M = M_1 X_1 + M_2 X_2 + \dots + M_n X_n$$
$$N = N_1 X_1 + N_2 X_2 + \dots + N_n X_n$$
$$V = V_1 X_1 + V_2 X_2 + \dots + V_n X_n$$

olur.

Süreklilik denklemi için geometrik uygunluk koşulları sıcaklık değişmesine göre yeniden çıkarılacaktır.



(Virtüel şekil değiştirme durumu)
HİPERSTATİK SİSTEM
kesit zorları M, V, N

izostotik esas sistemde
$X_i = 1$ Durumu
M_i, V_i, N_i

Şekil değiştirmeler:

$$\frac{\Delta\varphi}{ds} = \frac{M}{EI} + \frac{\alpha_t \Delta t}{d}$$

$$\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{N}{EA} + \alpha_t \cdot t$$

$$\frac{\Delta V}{ds} = \frac{V}{GA'}$$

Virtüel iş teorimine göre: $i = 1, 2, \dots n$

$$\int M_i M \frac{ds}{EI} + \int N_i . N \frac{ds}{EA} + \int V_i . V \frac{ds}{GA'} + \underbrace{\int M_i . \frac{\alpha_t . \Delta t}{d} ds + \int N_i . \alpha_t . t \, ds}_{\delta_{it}} = 0$$

Kapalı süreklilik denklemi

M, V, N'in süperpozisyon denklemlerinde yerine koyarak denklem yeniden düzenlenirse

$$\delta_{i1} X_1 + \delta_{i2} X_2 + \dots + \delta_{in} X_n + \delta_{it} = 0 \qquad i = 1, 2, \dots n$$

$$\left.\begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \dots + \delta_{1n} X_n + \delta_{1t} &= 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \dots + \delta_{2n} X_n + \delta_{2t} &= 0 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \qquad \vdots \qquad \vdots \quad & \\ \delta_{n1} X_1 + \delta_{n2} X_2 + \dots + \delta_{nn} X_n + \delta_{nt} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{Açık Süreklilik denklemleri}$$

şeklini alır.

Bu denklemlerde

δ_{ik} : Denklem takımının daha önce açıklanan katsayılarıdır. dış yük olmadığı için $\delta_{i0} = 0$ alınmıştır.

δ_{it} : Sıcaklık değişmesinden dolayı $X_i = 1$ bilinmiyeninin tatbik noktasının yer değiştirmesidir. Sıcaklık değişmesi sabiti adını alır.

$$\delta_{it} = \int M_i \cdot \frac{\alpha_t \cdot \Delta t}{d} ds + \int N_i \, \alpha_t \cdot t \cdot ds = \sum \frac{\alpha_t \cdot \Delta t}{d} \int M_i ds + \sum \alpha_t \cdot t \int N_i ds$$

şeklini alır. $\Delta t = 0$ ise 1. terim $t = 0$ ise ikinci terim sıfır olur.

Hesapta izlenen yol

1- izostatik esas sistem seçilir.

2- $X_i = 1$ yüklemelerine ait M_i diyagramları ve $t \neq 0$ ise N_i diyagramları çizilir.

3- δ_{ik} ve δ_{it} ler hesaplanır.

$$EI_c \, \delta_{it} = EI_c \left[\sum \frac{\alpha_t \cdot \Delta t}{d} \int M_i ds + \sum \alpha_t \cdot t \int N_i ds \right)$$

hesaplanır. Bu halde EI_c'nin sayısal değeri bilinmelidir.

4- Denklem takımı kurulur, X_i ler hesaplanır.

5- M, V, N diyagramları çizilir.

6- Kontrol yapılır. (Kapalı süreklilik denklemleri ile)

$$\int M_i \cdot M \frac{I_c}{I} ds + \underbrace{EI_c \int M_i \frac{\alpha_t \cdot \Delta t}{d} ds + EI_c \int N_i \cdot \alpha_t \cdot t \, ds}_{\delta_{it}} = 0$$

$$\Rightarrow \int M_i \cdot M \frac{I_c}{I} ds = -\delta_{it}$$

ÖRNEK :

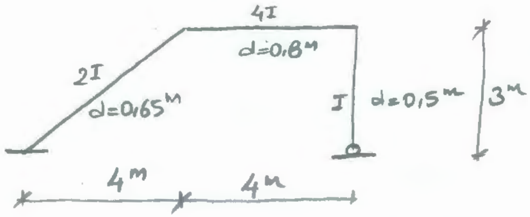
$t = 30°C$ ve $\Delta t = 10°C$

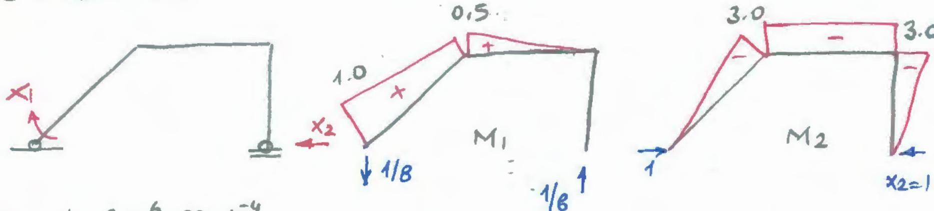
için M diy. çizimi

$\alpha_t = 10^{-5}$

$I = 32\ dm^4$

$E = 2 * 10^6\ t/m^2$





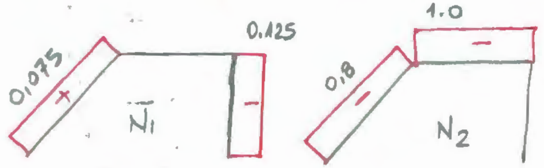
$EI_c = 4 * 2*10^6 * 32 * 10^{-4}$

$= 25600\ tm^2$

$EI_c\, \delta_{11} = 6,17$

$EI_c\, \delta_{12} = -13$

$EI_c\, \delta_{22} = 102$



$$EI_c\, \delta_{1t} = 25600 \left[\alpha_t \cdot 10 \left(\frac{1}{0,65} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 * (1+0,5) + \frac{1}{0,8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,5 \right) + \alpha_t \cdot 30 \left(5 * 0,075 - 3 * 0,125 \right) \right] = 17,969$$

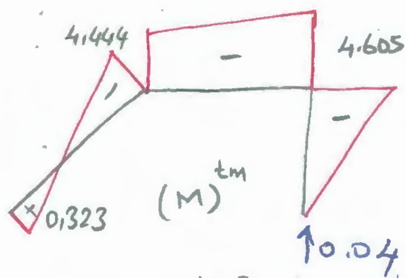
$$EI_c\, \delta_{2t} = 25600 * \alpha_t \left[10 \left(-\frac{1}{0,65} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 - \frac{1}{0,8} * 4 * 3 - \frac{1}{0,5} \cdot \frac{1}{2} * 3 \cdot 3 \right) + 30 \left(-5 * 0,8 - 4 * 1,0 \right) \right] = -152,418$$

$6,17\, X_1 - 13,0\, X_2 + 17,969 = 0$

$-13\, X_1 + 102\, X_2 - 152,418 = 0$

$X_1 = 0,323$

$X_2 = 1,535$



Kontrol: $\int M \cdot M_1 \frac{I_c}{I} ds + EI_c\, \delta_{1t} = 0$

$$\frac{1}{6} \cdot 5 \left(2*0,323*1 + 0,323*0,5 - 1*4,444 - 2*0,5*4,444 \right) [2]$$

$$- \frac{1}{6} \cdot 4 * 0,5 \left(2*4,444 + 4,605 \right) [1] + 17,969 = 19,3148 - 19,311 = 0,0038$$

hata $= 0,0038 / 19,313 = \%\ 0,02$

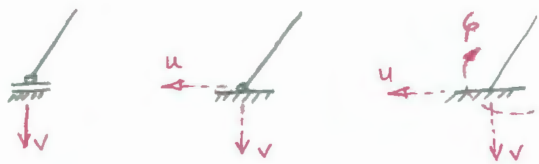
$$-\frac{1}{6} \cdot 5 \cdot 3 \left(0,323 - 2 * 4,444 \right) [2] + \frac{1}{2}\, 4 * 3 * \left(4,444 + 4,605 \right) [1]$$

$$+ \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 * 4,605\ [4] - 152,418 = -154.033 + 153.994 = -0.039$$

Hata $= 0,039 / 154,014 = \%\ 0,025$

MESNET ÇÖKMELERİNE GÖRE HESAP

Mesnetlerin tanımına uymayan yer değiştirmelere Mesnet çökmeleri adı verilir.



u, v doğrusal (lineer) mesnet çökmeleri [birimi m]

φ açısal " " [" rad]

Süperpozisyon denklemleri

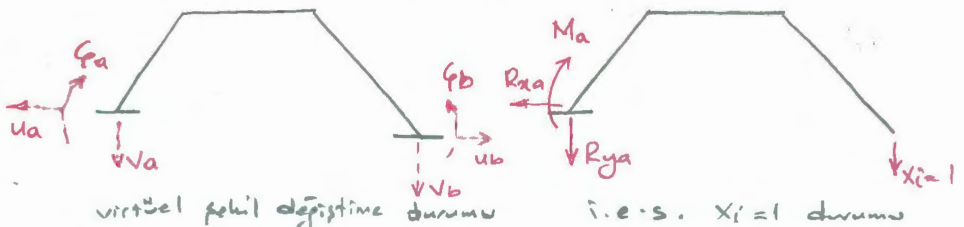
Hiperstatik sisteme dış etki olarak mesnet çökmelerinin etkimesi halinde süperpozisyon denklemlerinde bir değişiklik yoktur. Ancak izostatik esas sistemde mesnet çökmesinden meydana gelen kesit tesirleri sıfır olduğundan $M_0 = V_0 = N_0 = 0$ yazılır. Buna göre

$$M = M_1 X_1 + M_2 X_2 + \dots + M_n X_n$$
$$N = N_1 X_1 + N_2 X_2 + \dots + N_n X_n$$
$$V = V_1 X_1 + V_2 X_2 + \dots + V_n X_n$$

olur.

Süreklilik denklemleri

Mesnet çökmelerine ait geometrik uygunluk koşulları çıkarılacaktır.



virtüel şekil değiştirme durumu
Hip. sis.

i.e.s. $X_i = 1$ durumu

kesit zorları M, N, V M_i, V_i, N_i

şekil değiştirmeler:

$$\frac{\Delta\varphi}{ds} = \frac{M}{EI}$$

$$\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{N}{EA}$$

$$\frac{\Delta V}{ds} = \frac{V}{GA'}$$

Virtüel iş Teoremine göre

$$\int M_i . M \frac{ds}{EI} + \int N_i . N \frac{ds}{EA} + \int V_i . V \frac{ds}{GA'} = \underbrace{1. V_b + R_{xa} U_a + R_{ya} . V_A + M_a \varphi_a}_{\text{dış kuvvetlerin işi}} = J_i$$

M, V, N nin süperpozisyon denklemlerinde yerine koyarak denklem yeniden düzenlenirse

$$\delta_{i1} . X_1 + \delta_{i2} X_2 + \dots + \delta_{in} X_n = \delta_{iq}$$

Bu denklem $i = 1, n$ için yazılırsa

$$\left.\begin{array}{l} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \dots + \delta_{1n} X_n = \delta_{1q} \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \dots + \delta_{2n} X_n = \delta_{2q} \\ \vdots \\ \delta_{n1} X_1 + \delta_{n2} X_2 + \dots + \delta_{nn} X_n = \delta_{3q} \end{array}\right\} \text{Açık süreklilik denklemleri}$$

δ_{ik} ; denklem takımının daha önce hesaplanan katsayıları

δ_{iq} ; $X_i = 1$ yüklemesindeki dış kuvvet ve mesnet reaksiyonlarının hiperstatik sistemin çökmelerinde yaptığı iştir.

$$\delta_{iq} = - \sum (R_i . q)$$

R_i : çökme doğrultusunda birim yüklemelerdeki reaksiyon kuvveti

Kontrol:

Kapalı süreklilik denklemleri ile yapılır.

$$\int M_i . M \frac{I_c}{I} . ds - EI_c \, \delta_{iq} = 0$$

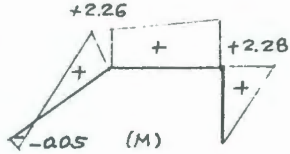
$EI_c J_1 = 25600\,[\,1 \times 0.001 - 0.125 \times 0.005\,] = 9.60$

$EI_c J_2 = 25600\,[\,-1 \times 0.003\,] = -76.8$

$6.17\,X_1 - 13\,X_2 = 9.60 \qquad X_1 = -0.05$

$-13\,X_1 + 102\,X_2 = -76.8 \qquad X_2 = -0.76$

$M = 0.05\,M_1 + 0.76\,M_2$



Kontrol:

$\frac{1}{6}5\,(-2 \times 0.05 - 0.5 \times 0.05 + 2.26 \times 1 + 2.26 \times 2 \times 0.5)\,[2] + \frac{1}{6}4 \times 0.5\,(2.26 \times 2 + 2.28)[1]$

$= -0.21 + 9.80 = 9.59 \qquad hata = \frac{0.01}{9.60} = \%\,0.1$

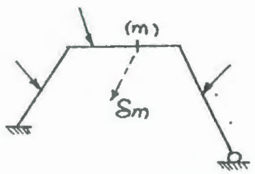
$-\frac{1}{6}\,5 \times 3\,(-0.05 + 2 \times 2.26)\,[2] - \frac{1}{2}\,4 \times 3\,(2.26 + 2.28)\,[1] - \frac{1}{3}\,3 \times 3 \times 2.28\,[4]$

$= 0.25 - 77.20 = -76.95 \qquad hata = \frac{0.15}{76.80} = \%\,0.2$

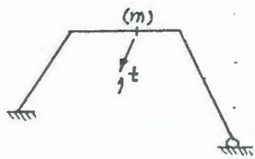
GENEL SÜREKLİLİK DENKLEMİ

HİPERSTATİK SİSTEMLERDE YERDEĞİŞTİRME HESABI

Hiperstatik sistemlerde yerdeğiştirme hesabı için, izostatik sistemlerde olduğu gibi, virtüel iş teoreminden yararlanılır. Bunun için yerdeğiştirmesi aranan noktaya, aranan yerdeğiştirme doğrultusunda birim yükleme yapılarak virtüel iş teoremi uygulanır.



(virtüel şekildeğiştirme durumu)
hiperstatik sistem



(yükleme durumu)
birim yükleme
$\bar{M}, \bar{N}, \bar{T}$

kesit zorları : M, N, T

şekil değiştirmeler : $\frac{\Delta\varphi}{ds} = \frac{M}{EI}$, $\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{N}{EF}$, $\frac{\Delta v}{ds} = \frac{T}{GF'}$

virtüel iş teoremi uygulanırsa;

$$\boxed{1.\,\delta m = \int \bar{M}\,\frac{M}{EI}\,ds + \int \bar{N}\,\frac{N}{EF}\,ds + \int \bar{T}\,\frac{T}{GF'}\,ds}$$

Kafes sistemlerde :

$$\boxed{\delta_m = \Sigma\, S\bar{S}\,\frac{l}{EF}}$$

$\bar{M}, \bar{N}, \bar{T}$] bulunur
M, N, T

elde edilir. Uzama ve kayma şekildeğiştirmelerinin terkedilmesi halinde 2. ve 3. terimler sıfır alınarak

$$\boxed{\delta m = \int \bar{M}\,\frac{M}{EI}\,ds}$$

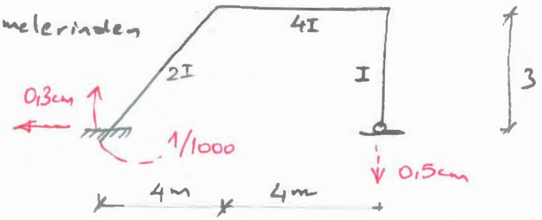
bulunur

ÖRNEK

Verilen mesnet çökmelerinden oluşan M diy.

Çizimi

$EI = 6400 \ tm^2$

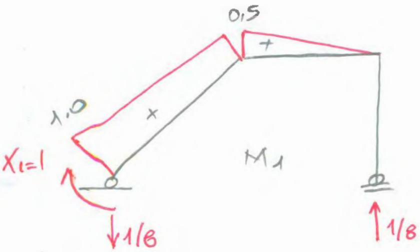


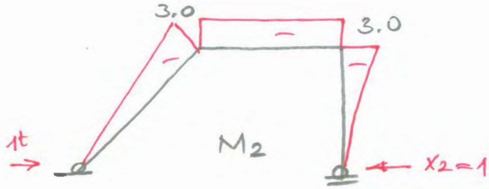
$EI_c = 4EI = 25600 \ tm^2$

$EI_c \ \delta_{11} = 6,17$

$EI_c \ \delta_{12} = -13$

$EI_c \ \delta_{22} = 102$





$$EI_c \ \delta_{1\Delta} = 25600 \left[1 * \frac{1}{1000} - \frac{1}{8} * 0,005 \right] = 9,60$$

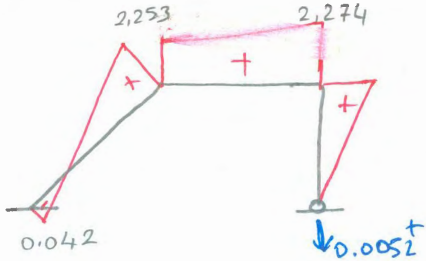
$$EI_c \ \delta_{2\Delta} = 25600 \left[-1 * 0,003 \right] = -76,8$$

$$6,17 \ X_1 - 13 \ X_2 - (9,60) = 0$$

$$-13 \ X_1 + 102 \ X_2 - (-76,8) = 0$$

$X_1 = -0,042 \qquad X_2 = -0,758$

$M = -0,042 \ X_1 - 0,758 \ X_2$



Kontrol :

$$\frac{1}{6} \cdot 5 \cdot \left(-2 * 1 * 0,042 + 1 * 2,253 * 0,5 * 0,042 + 2 * 0,5 * 2,253 \right) \cdot [2]$$

$$+ \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 0,5 \left(2 * 2,253 + 2,274 \right) [1] - 9,60 = -9,775 + 9,77 = -0,005$$

$$\text{hata} = \frac{0,005}{9,7725} = \% \ 0,05$$

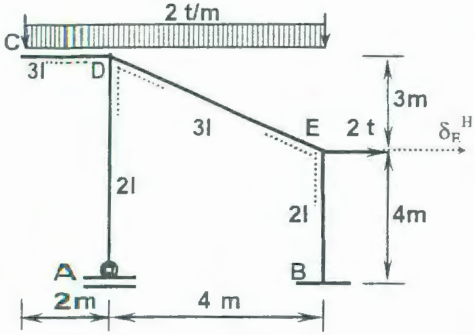
$$-\frac{1}{6} \cdot 5 \cdot 3 \left(0,042 + 2 * 2,253 \right) [2] - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \left[2,253 + 2,274 \right] [1] - \frac{1}{3} \cdot 3 * 3 * 2,274 [4]$$

$$-(-76,8) = -76,77 + 76,8 = 0,03$$

$$\text{hata} = \frac{0,03}{}$$

SORU 1: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi KUVVET yöntemi ile çözerek

25p



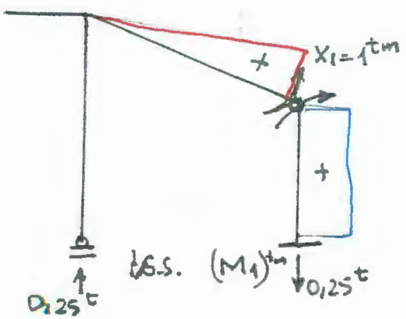
1A) M diyagramını çiziniz.

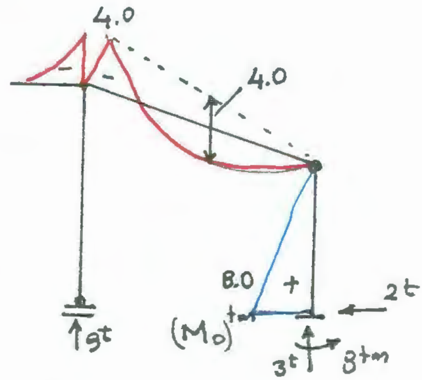
1B) E noktasının yatay yer değiştirmesini bulunuz.

Gerekli kontrolleri yapınız

E = 200 000 kg /cm2

I = 40 dm⁴





$I_c = 6I$

$EI_c\,\delta_{10} = -\frac{1}{6}\cdot 5\cdot 1\cdot 4\cdot [2] + \frac{1}{3}\cdot 5\cdot 1\cdot 4\cdot [2] + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 1\cdot 8\cdot [3] = 54.667$

$EI_c\,\delta_{11} = \frac{1}{3}\cdot 5\cdot 1\cdot 1\cdot [2] + 4\cdot 1\cdot 1\cdot [3] = 15{,}333$

$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{54.667}{15{,}333}$

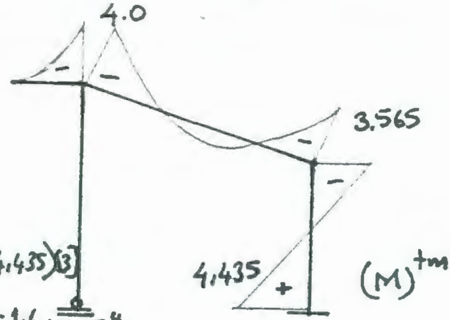
$X_1 = -3.565^{tm}$

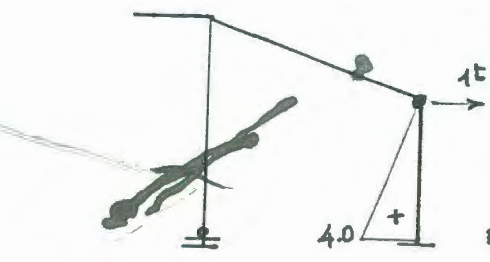
Hip. Büy. kont.

$EI_c\,\delta_i = -\frac{1}{6}\cdot 5\cdot 1\cdot (4+2\times 3{,}565)\,[2]$

$+\frac{1}{3}\cdot 5\cdot 1\cdot 4\,[2] + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 1\,(-3{,}565+4{,}435)\,[3]$

$= 18{,}553 - 18{,}55 = \underline{0.003}$ rh: $1{,}6\times 10^{-4}$





$EI_c\,\delta_E^H = \frac{1}{6}\cdot 4\cdot 4\,(2\times 4{,}435 - 3{,}565)\,[3]$

$= 42{,}44$

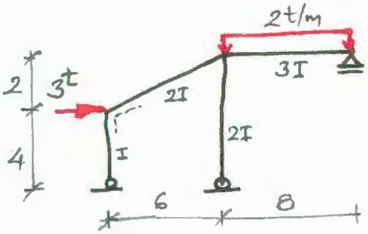
$\delta_E^H = \frac{7.073}{EI}$

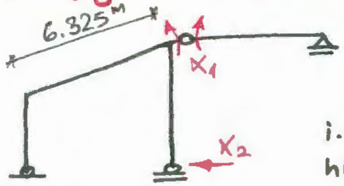
$EI = 2\times 10^6 \times 40\times 10^{-4}$

$= 8000\ tm^2$

$\delta_E^H = 0{,}88\ mm$

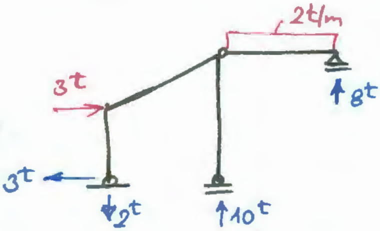
M,V,N diyagramlarını çiziniz.

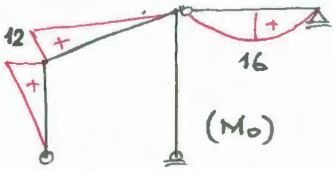


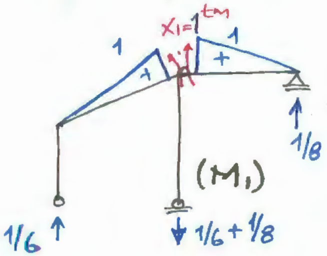


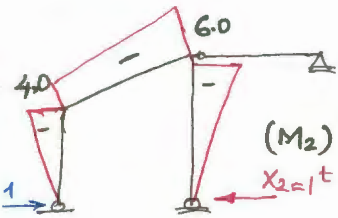
n = 2° hip

i.e.s.
hip.bil.









$I_c = 6I$

$$EI_c\,\delta_{11} = \frac{1}{3}\times 6{,}325\times 1\times 1\times[3] + \frac{1}{3}\cdot 8\cdot 1\cdot 1\,[2] = 11.658$$

$$EI_c\,\delta_{12} = -\frac{1}{6}\cdot 6{,}325\times 1\,(2\times 6+4)\,[3] = -50{,}6$$

$$EI_c\,\delta_{22} = \frac{1}{3}\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot[6] + \frac{1}{6}\cdot 6{,}325\times(2\times 4\times 4+2\times 4\times 6+2\times 6\cdot 6)[3] + \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 6\cdot 6[3] = 824{,}7$$

$$EI_c\,\delta_{10} = \frac{1}{6}\cdot 6{,}325\times 12\times 1\times[3] + \frac{1}{3}\cdot 8\cdot 1\times 16\cdot[2] = 123{,}283$$

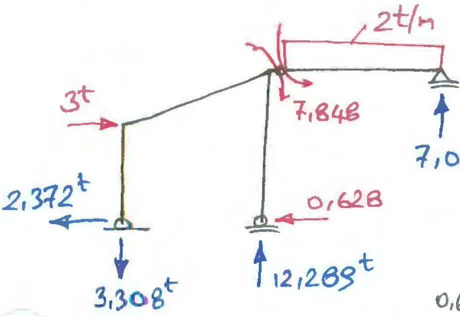
$$EI_c\,\delta_{20} = -\frac{1}{3}\cdot 4\cdot 4\cdot 12\,[6] - \frac{1}{6}\cdot 6{,}325\times 12\cdot(2\times 4+6)[3] = -315{,}3$$

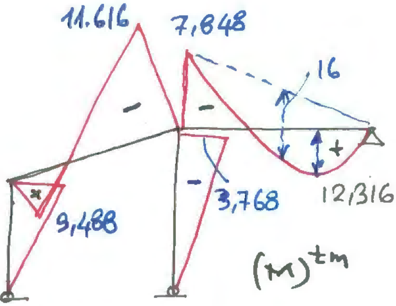
$$\begin{bmatrix} 11.658 & -50{,}6 \\ -50{,}6 & 824{,}7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 123{,}283 \\ -315{,}3 \end{bmatrix}$$

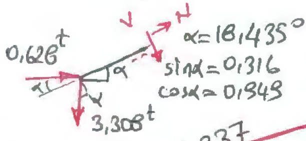
$X_1 = -7{,}848$

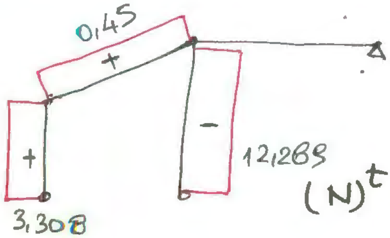
$X_2 = 0{,}628$

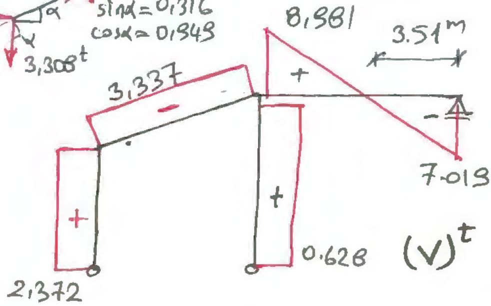
SÜPERPOZİSYONLA











KONTROL Kapalı süreklilik denklemleri

$$EI_c\,\delta_1 = \frac{1}{6}\cdot 6{,}325\cdot 1*(9{,}488+2*11{,}616)[3] - \frac{1}{3}\cdot 8\cdot 1*7{,}848\,[2]$$

$$+\frac{1}{3}\cdot 8\cdot 1*16\,[2] = -85{,}3214 + 85{,}3333 = 0.0119$$

$$\text{rölatif hata} = \frac{85{,}3333-85{,}3214}{85{,}3273} = 0{,}00014$$

$\%\ 0{,}014$

$$EI_c\,\delta_2 = -\frac{1}{3}\cdot 4\cdot 4*9{,}488\,[6] - \frac{1}{6}\cdot 6{,}325\big(2*4*9{,}488 - 4*11{,}616 + 6*9{,}488$$

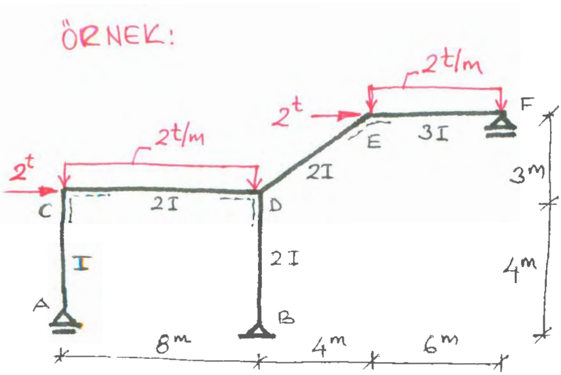
$$-2*6*11{,}616\big)\,[3]$$

$$+\frac{1}{3}\cdot 6\cdot 6\cdot 3{,}768\,[3] = 303{,}336 - 303{,}616 = 0{,}28$$

$$\text{rölatif hata} = \frac{303{,}336-303{,}616}{303{,}476} = 0{,}00092 < \%\ 0{,}5$$

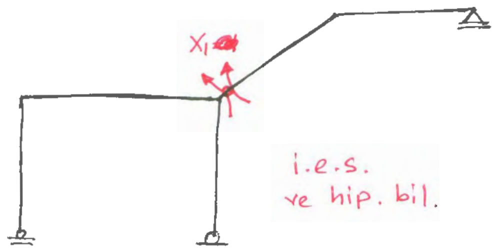
$\%\ 0.09$

ÖRNEK:



n = 1° hip olan sistemin çözümüne esas i.e.s ve hip bilinmiyenler ve $X_i = 1$ için birim yükleme diyagramları şekillerde gösterilmiştir.

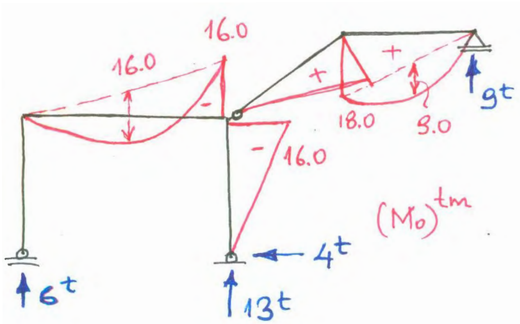
$I_c = 6I$ seçildi



$$EI_c\delta_{11} = \frac{1}{3} * 8 * 1 * 1 * [3] + \frac{1}{6} \cdot 5 \left(2*1*1 + 2*1*0{,}6 + 2*0{,}6^2\right) [3] + \frac{1}{3} \cdot 6 * 0{,}6 * 0{,}6 * [2] = 19{,}24$$

$$EI_c\delta_{10} = -\frac{1}{3} \cdot 8 * 16 * 1 * [3] + \frac{1}{3} \cdot 8 * 16 * 1 * [3] + \frac{1}{6} \cdot 5 \cdot 18 \left(1 + 2*0{,}6\right) [3] + \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 18 \cdot 0{,}6 \cdot [2] + \frac{1}{3} \cdot 6 * 9 * 0{,}6 \cdot [2]$$

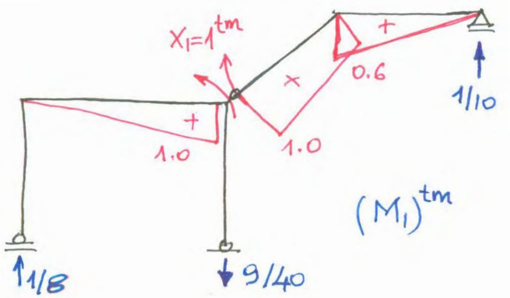
$$EI_c\delta_{10} = 163{,}8$$



Süreklilik denklemi

$$\delta_{10} + \delta_{11} \cdot X_1 = 0$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{-163{,}8}{19{,}24} = -8{,}514^{\,tm}$$



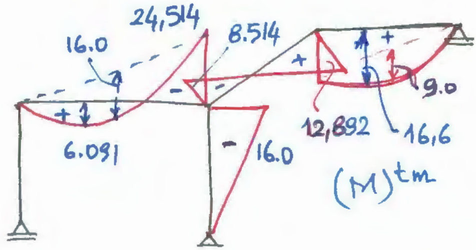
Süperpozisyonla

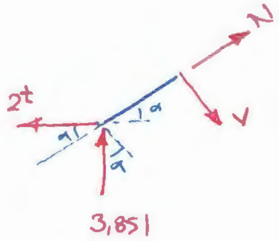
$V_A = 6 + 1/8 \cdot X_1 = 4{,}935^{\,t}$ ↑

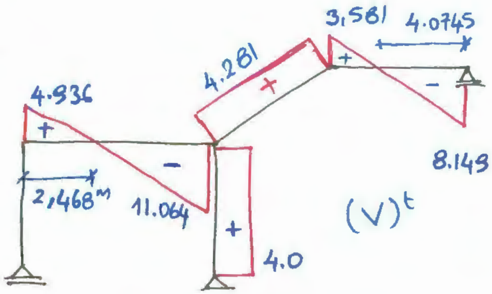
$V_B = 13 - \frac{9}{40} * X_1 = 14{,}915^{\,t}$ ↑

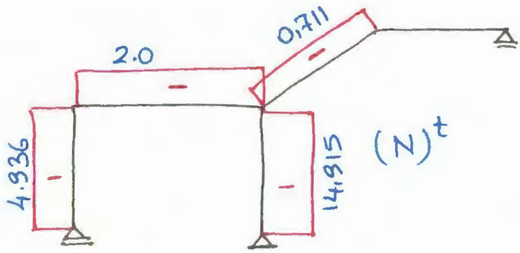
$V_F = 9 + \frac{1}{10} \cdot X_1 = 8{,}149^{\,t}$ ↑

$H_B = 4^{\,t}$ ←







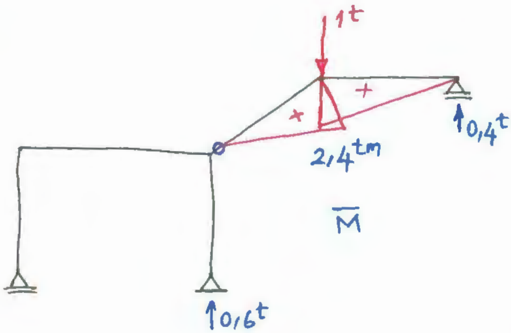


HİP. BÜYÜKLÜK KONTROLÜ:

$$EI_c\,\delta_1 = -\frac{1}{3}\cdot 8\cdot 1\cdot 24{,}514\cdot[3]$$
$$+\frac{1}{3}\cdot 8\cdot 1\cdot 16\cdot[3]$$
$$+\frac{1}{6}\cdot 5\left(-2\cdot 8{,}514\cdot 1 - 8{,}514\cdot 0{,}6 + 12{,}892\cdot 1 + 2\cdot 12{,}892\cdot 0{,}6\right)[3]$$
$$+\frac{1}{3}\cdot 6\cdot 0{,}6\cdot 12{,}892\cdot[2]$$
$$+\frac{1}{3}\cdot 6\cdot 9\cdot 0{,}6\cdot[2]$$
$$= 251{,}447 - 251{,}453 = -0.0062$$

r.h = % 0.0025

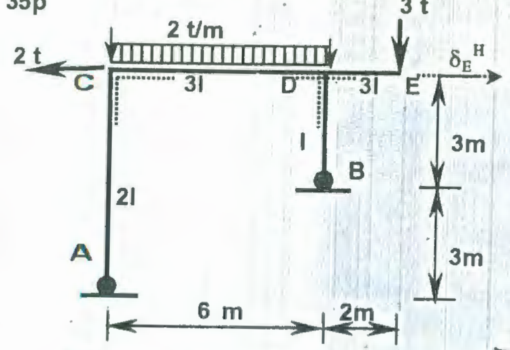
D.D. Kont. $\Sigma X = 0$ $\Sigma Y = 0$
$\Sigma M_i = 0$



$$EI_c\,\delta_E^v = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 12{,}892\cdot 2{,}4\cdot[2]$$
$$+\frac{1}{3}\cdot 6\cdot 9\cdot 2{,}4\cdot[2]$$
$$+\frac{1}{6}\cdot 5\cdot 2{,}4\left(-8{,}514 + 2\cdot 12{,}892\right)[3]$$
$$= 313{,}763$$

$$\boxed{\delta_E^v = \frac{52{,}2372}{EI}} \downarrow$$

SORU 1: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi KUVVET yöntemi ile çözerek
35p

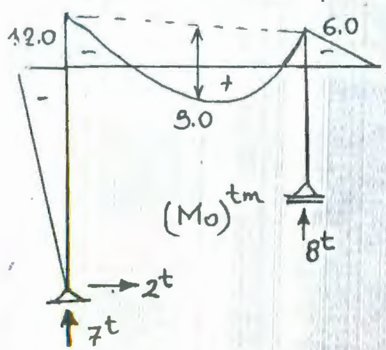


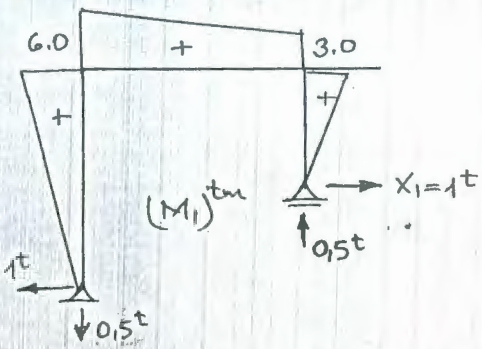
1A) M,V,N diyagramlarını çiziniz.

1B) E noktasının yatay yer değiştirmesini bulunuz.

Gerekli kontrolleri yapınız

E = 200 000 kg /cm2
I = 40 dm^4



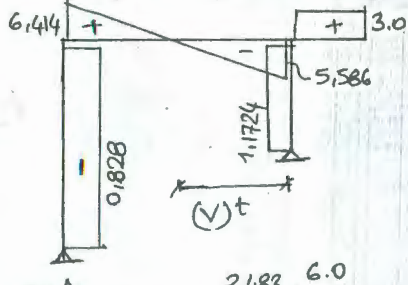


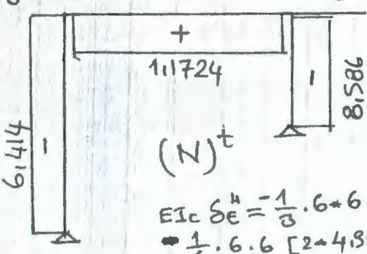
$I_c = 6I \qquad EI_c\,\delta_{11} = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 6\cdot 6\,[3] + \frac{1}{6}\cdot 6\left(2\times 6^2 + 2\times 6\times 3 + 2\times 3^2\right)[2] + \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot[6] = 522$

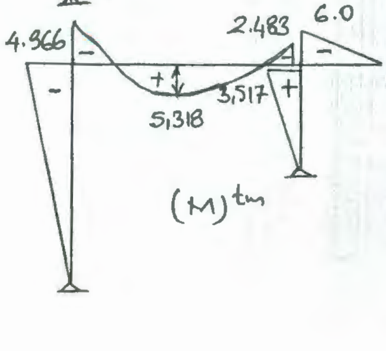
$EI_c\,\delta_{10} = -\frac{1}{3}\cdot 6\cdot 12\cdot 6\,[3] - \frac{1}{6}\cdot 6\cdot\left(2\times 12\times 6 + 12\times 3 + 6\times 6 + 2\times 6\times 3\right)[2] + \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 9\,(6+3)\,[2] = -612 \qquad X_1 = \frac{612}{522} = 1{,}1724^t$

$EI_c\,\delta_1 = -\frac{1}{3}\cdot 6\cdot 6\cdot 4{,}966\times[3] - \frac{1}{6}\cdot 6\cdot\left[2\times 4{,}966\times 6 + 6\times 2{,}483 + 3\times 4{,}966 + 2\times 3\times 2{,}483\right][2] + \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 9\,[6+3]\,[2] + \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 3\cdot 3{,}517\,[6] = 0{,}042$

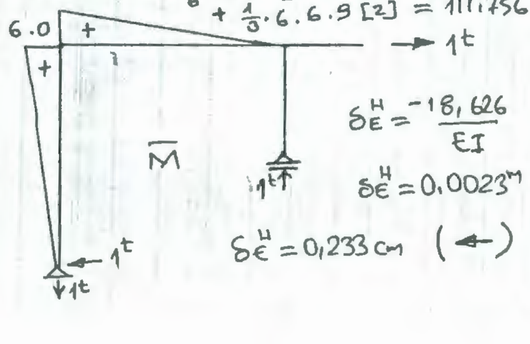
$r_h = 1\times 10^{-4}$







$EI_c\,\delta_E^H = -\frac{1}{3}\cdot 6\times 6\cdot 4{,}966\,[3] - \frac{1}{6}\cdot 6\cdot 6\,[2\times 4{,}966 + 2{,}483]\,[2] + \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 6\cdot 9\,[2] = -111{,}756$

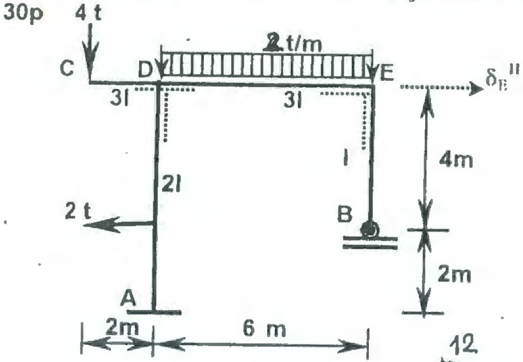


$\delta_E^H = \frac{-18{,}626}{EI}$

$\delta_E^H = 0{,}0023^m$

$\delta_E^H = 0{,}233\ \text{cm} \quad (\leftarrow)$

SORU 1: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi KUVVET yöntemi ile çözerek
30p

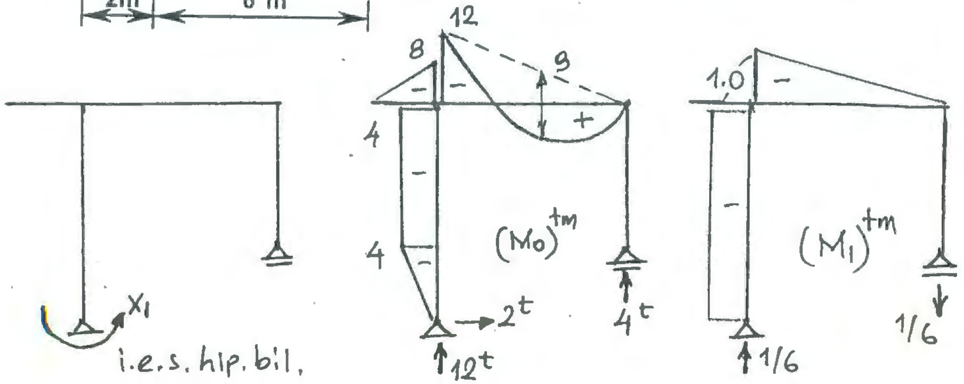


1A) M diyagramını çiziniz.

1B) E noktasının yatay yer değiştirmesini bulunuz.

Gerekli kontrolleri yapınız

E = 200 000 kg /cm2
I = 40 dm^4



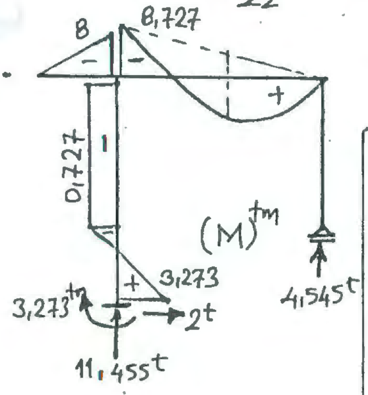
i.e.s. hip. bil.

$I_c = 6I$ seçelim.

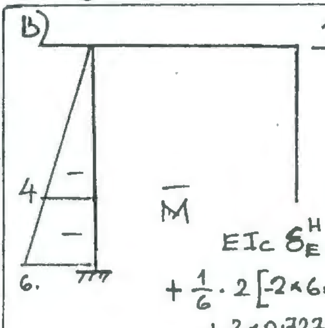
$$EI_c\,\delta_{11} = 6\cdot1\cdot1\cdot[3] + \frac{1}{3}\cdot6\cdot1\cdot1\cdot[2] = 22$$

$$EI_c\,\delta_0 = \frac{1}{2}\cdot2\cdot4\cdot1\,[3] + 4\cdot4\cdot1\,[3] + \frac{1}{3}\cdot6\cdot12\cdot1\cdot[2] - \frac{1}{3}\cdot6\cdot9\cdot1\,[2] = 72$$

$$x_1 = -\frac{72}{22} = -3{,}273^{tm}$$



Hip. Bür. kont. $EI_c\delta_1 = -\frac{1}{2}\cdot2\cdot1\,(3{,}273-0{,}727)[$
$+ 4\cdot1\cdot0{,}727\cdot[3] + \frac{1}{3}\cdot6\cdot8{,}727\cdot1\,[2]$
$- \frac{1}{3}\cdot6\cdot9\cdot1\cdot[2] = 43{,}632 - 43{,}638 = 0{,}006$

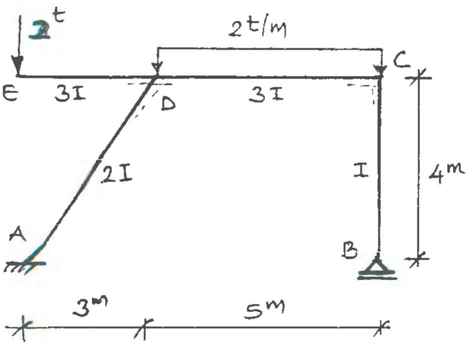


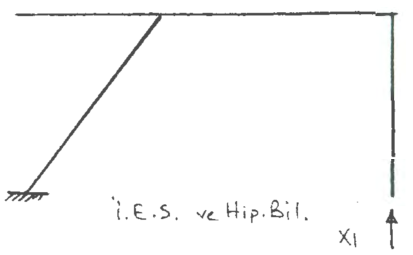
$EI = 2\cdot10^6\cdot40\cdot10^{-4} = 8000\,tm^2$

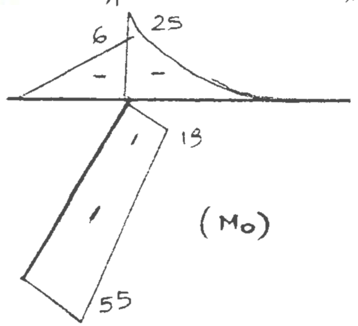
$\delta_E^H = \frac{-24{,}742}{6\cdot8000} = 0{,}0005''$

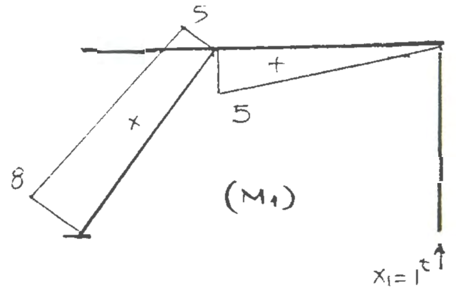
$\boxed{\delta_E^H = 0{,}05\ cm}$

$$EI_c\,\delta_E^H = \frac{1}{2}\cdot4\cdot0{,}727\cdot4\,[3] + \frac{1}{6}\cdot2\left[-2\cdot6\cdot3{,}273 - 4\cdot3{,}273 + 0{,}727\cdot6 + 2\cdot0{,}727\cdot4\right][3] = -24{,}742$$







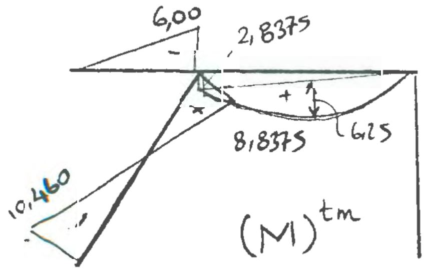


$I_c = 6I$

$$EI_c\,\delta_{11} = \frac{1}{3}\cdot 5\cdot 5\cdot 5\cdot [2] + \frac{1}{6}\cdot 5\left(2\cdot 8\cdot 8 + 2\cdot 8\cdot 5 + 2\cdot 5\cdot 5\right)\cdot[3]$$
$$= 728{,}333$$

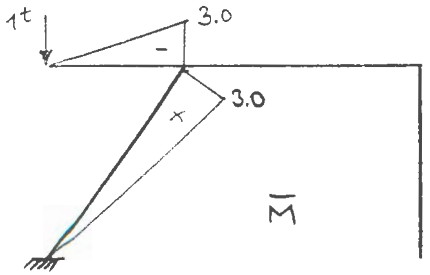
$$EI_c\,\delta_{10} = -\frac{1}{4}\cdot 5\cdot 5\cdot 25\,[2] - \frac{1}{6}\cdot 5\left(2\cdot 8\cdot 55 + 55\cdot 5 + 13\cdot 8 + 2\cdot 5\cdot 13\right)[3]$$
$$= -4055$$

$728{,}333\cdot X_1 - 4055 = 0 \qquad x_1 = 5{,}5675\ ^t$



$$EI_c\,\delta_1 = \frac{1}{3}\cdot 5\cdot 5\cdot 2{,}8375\ [2]$$
$$+ \frac{1}{3}\cdot 5\cdot 5\cdot 6{,}25\cdot [2]$$
$$+ \frac{1}{6}\cdot 5\cdot\left(-2\cdot 10{,}46\cdot 8 - 10{,}46\cdot 5 + 8{,}8375\cdot 8 + 2\cdot 8{,}8375\cdot 5\right)[3]$$

$EI_c\,\delta_1 = 0.00416 \cong 0$ ✓



$$EI_c\,\delta_E^v = \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 3 * 6\ [2] + \frac{1}{6}\cdot 5\cdot 3\ (2*8{,}8375-10{,}46)\ [3]$$

$$= 30{,}1125$$

$$EI\,\delta_E^v = 15{,}01875$$

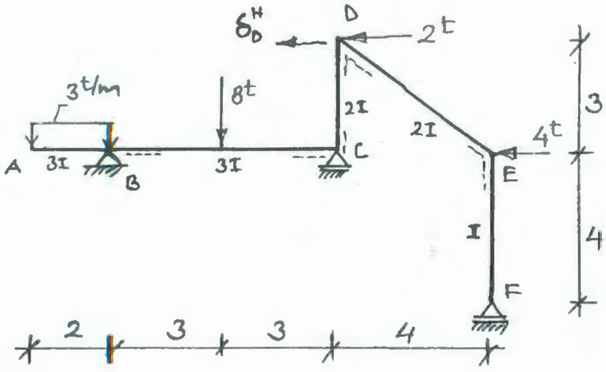
$$E = 2*10^8\ t/m^2$$

$$I = 10\ dm^4$$

$$EI = 2*10^6 * 0{,}0010 = 2000\ tm^2$$

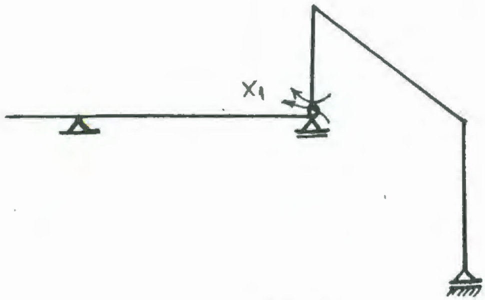
$$\delta_E^v = 0{,}0075\ m$$

$$\boxed{\delta_E^v = 0{,}75\ cm}$$



$n = 1°$ den hip olan sistemde i.e.s ve hip. bilinmiyen şekilde gösterilmiştir.

Birim ve sıfır yüklemelere ait moment diyagramları çizilmiştir.

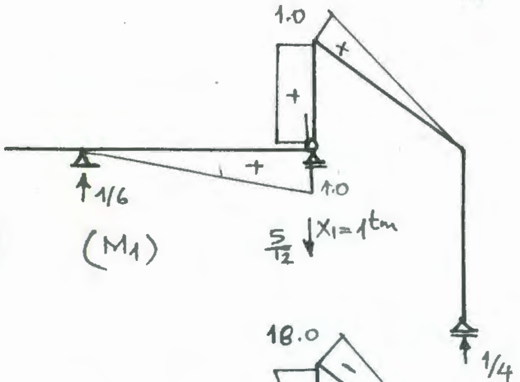


Yük ve sistem terimleri $J_c = 6I$ seçilmiştir.

$$EI_c\delta_{10} = -\frac{1}{3}\cdot 5\cdot 1\cdot 18\cdot[3] - \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1\cdot 18\cdot[3] - \frac{1}{6}\cdot 6\cdot 6\cdot 1\cdot[2] + \frac{1}{6}\cdot 6\cdot(1{,}5)\cdot 12\cdot 1\cdot[2]$$

$$EI_c\delta_{10} = -147$$

$$EI_c\delta_{11} = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 1\cdot 1\cdot[2] + 3\cdot 1\cdot 1\,[3] + \frac{1}{3}\cdot 5\cdot 1\cdot 1\,[3] = 18$$



Süreklilik denkleminden hip. bilinmiyen

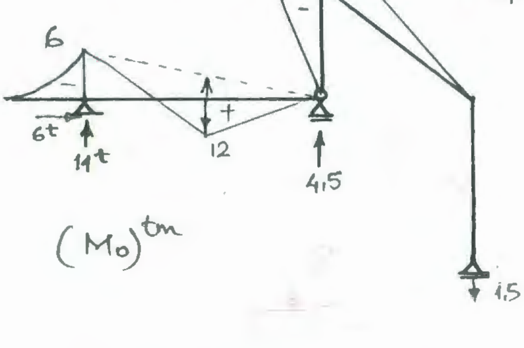
$$\delta_{10} + \delta_{11}X_1 = 0 \qquad X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}$$

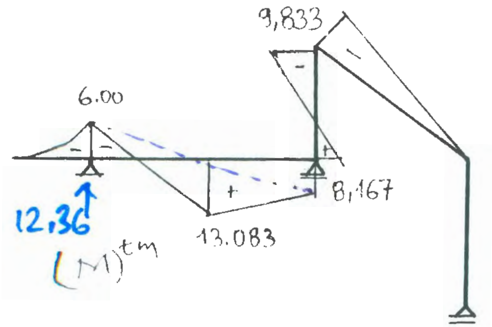
$$X_1 = -\frac{-147}{18} = 8{,}167\ tm$$

Süperpozisyonla

$M = M_o + X_1 M_1$ elde edilir.

* Kesit kuvveti diyagramları şekillerde verilmiştir.

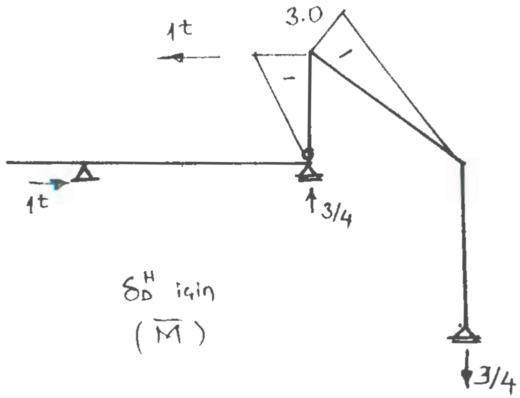




K.S.D. Hip. Büyüklük kont.

$$EI_c \delta_1 = -\frac{1}{3}\cdot 5 \cdot 9{,}833 \cdot 1 \cdot [3]$$
$$+\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1 \times (-9{,}833+8{,}167)\cdot [3]$$
$$+\frac{1}{6}\cdot 6 \cdot 1 \times (2 \times 8{,}167-6)\cdot [2]$$
$$+\frac{1}{6}\cdot 6\cdot (1{,}5) \times 12 \times 1 \quad [2]$$
$$= -0.0000045 \quad (0.006)$$

$EI_c \delta_1 \cong 0$



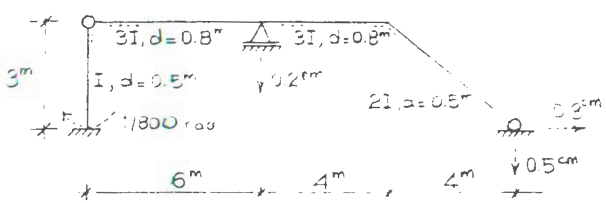
δ_D^H için
$(\overline{M})$

δ_D^H yer değiştirmesi için

$$EI_c \delta_D^H = \frac{1}{3}\cdot 5 \cdot 9{,}833 \times 3 \times [3]$$
$$-\frac{1}{6}\cdot 3 \cdot 3 \times (2 \times 9{,}833+8{,}167)\,[3]$$

$$EI_c \delta_D^H = 99{,}24$$

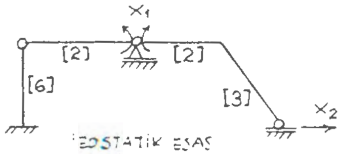
$$\delta_D^H = \frac{33{,}207}{EI} \quad (\leftarrow)$$



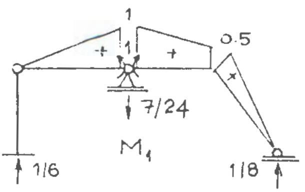
a) t = +20 °C düzgün sıcaklık değişmesi ve Δt = 15 °C farklı sıcaklık değişmesi
b) Verilen mesnet çökmeleri için,
M, N, T diyagramlarını çiziniz.

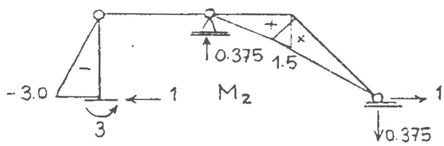
$E = 2\cdot10^7\ t/m^2$, $I = 0.004\ m^4$, $\varepsilon = 10^{-5}\ 1/°C$

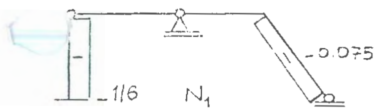
$I_c = 6I \qquad EJ_c = 6\cdot2\cdot10^7\cdot0.004 = 480000\ tm^2$

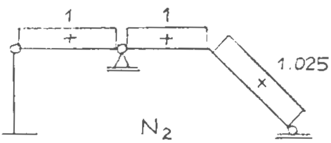


İZOSTATİK ESAS SİSTEM VE HİPERSTATİK BİLİNMEYENLER









$$EI_c\,\delta_{11} = \frac{1}{3}\cdot5\cdot(0.5)^2[3] + \frac{1}{3}\cdot6\cdot(1)^2\cdot[2] + \frac{1}{6}\cdot4\cdot(2\cdot1^2 + 2\cdot1\cdot0.5 + 2\cdot(0.5)^2)[2] = 9.917$$

$$EI_c\,\delta_{22} = \frac{1}{3}\cdot3\cdot(-3)^2[6] + \frac{1}{3}\cdot5\cdot(1.5)^2[3] + \frac{1}{3}\cdot4\cdot(1.5)^2[2] = 71.25$$

$$EI_c\,\delta_{12} = \frac{1}{3}\cdot5\cdot1.5\cdot0.5\cdot[3] + \frac{1}{6}\cdot4\cdot1.5\cdot(2\cdot0.5+1)[2] = 7.75$$

$$[\delta] = \begin{bmatrix} 9.917 & 7.750 \\ 7.750 & 71.250 \end{bmatrix}$$

$$EI_c\,\delta_{1t} = EI_c\left(\Sigma\frac{E\Delta t}{d}\int M_i\,ds + \Sigma\,\varepsilon t\int N_i\,ds\right)$$

$$EI_c\,\delta_{1t} = 48\cdot10^4\times10^{-5}\times\left\{\frac{15}{0.6}\left(\frac{1}{2}\times1\times6\right)+\frac{15}{0.8}\left(\frac{1+0.5}{2}\times4\right)+\frac{15}{0.5}\left(\frac{1}{2}\times0.5\times5\right)+\right.$$

$$\left.+\,20\cdot\left(-\frac{1}{6}\cdot3-0.075\times5\right)\right\} = 636$$

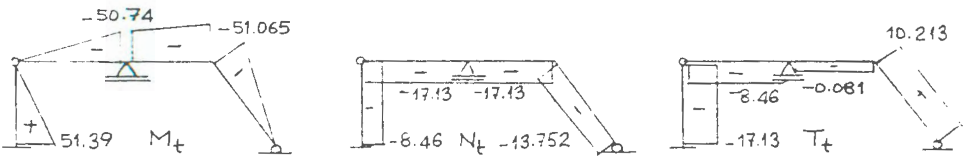
$$EI_c\,\delta_{2t} = 48\cdot10^4\times10^{-5}\times\left\{\frac{15}{0.5}\left(\frac{1}{2}\times(-3)\times3\right)+\frac{15}{0.8}\left(\frac{1}{2}\times1.5\times4\right)+\frac{15}{0.5}\left(\frac{1}{2}\times1.5\times5\right)+\right.$$

$$\left.+\,20\,(1\times6+1\times4+1.025\times5)\right\} = 1614$$

$$[\delta]\,[X]+[\delta_t]=0$$

$$9.917\,X_1+7.750\,X_2+636=0 \qquad X_1=-50.74$$

$$7.750\,X_1+71.250\,X_2+1614=0 \qquad X_2=-17.13$$



KAPALI SÜREKLİLİK DENKLEMLERİ İLE KONTROL

1) $\left[\frac{I_c}{I}\right]\int MM_1\,ds = \frac{1}{3}\times6\times1\times(-50.74)\,[2]+\frac{1}{6}\times4\times(2\times1\times(-50.74)+1\times(-51.065)+$

$+(-50.74)\times0.5+2\times0.5\times(-51.065))\,[2]+\frac{1}{3}\times5\times0.5\times(-51.065)\times[3]=-635.93$

$\left[\frac{I_c}{I}\right]\int MM_1\,ds+EI_c\,\delta_{1t}=0 \longrightarrow -635.93+636=0.071 \qquad rh=\%\,0.011$

$\left[\frac{I_c}{I}\right]\int MM_2\,ds=\frac{1}{3}\times3\times(-3)\times(51.39)\times[6]+\frac{1}{6}\times4\times1.5\times(-50.74-2\times51.065)\times[2]+$

$+\frac{1}{3}\times5\times1.5\times(-51.065)\times[3]=-1613.75$

$\left[\frac{I_c}{I}\right]\int MM_2\,ds+EI_c\,\delta_{2t}=0 \longrightarrow -1613.75+1614=0.25 \qquad rh=\%\,0.015$

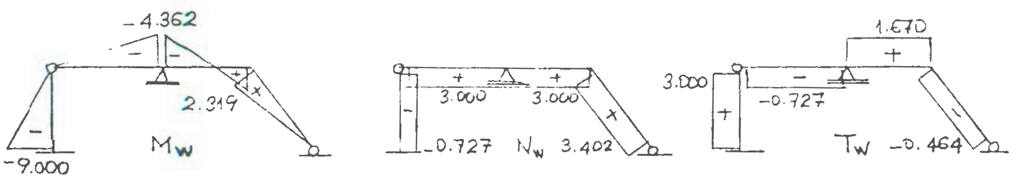
$$EI_c\,\bar{F}_1 = 48\times10^4\,(0.002\cdot\frac{3}{24} - 0.005\cdot\frac{1}{5}) = -20$$

$$EI_c\,\bar{F}_2 = 48\times10^4\cdot(0.003\times1 + 0.005\times0.375 - 0.002\times0.375 - 3\times\frac{1}{800}) = 180$$

$$[\delta][X] = [F]$$

$$9.917\,X_1 + 7.750\,X_2 = -20 \qquad X_1 = -4.362$$

$$7.750\,X_1 + 71.250\,X_2 = 180 \qquad X_2 = 3.000$$



KAPALI SÜREKLİLİK DENKLEMLERİ İLE KONTROL

1) $[\frac{I_c}{I}]\int MM_1\,ds = \frac{1}{3}\cdot6\cdot1\cdot(-4.362)\cdot[2] + \frac{1}{6}\cdot4\cdot(2\cdot1\cdot(-4.362) + 1\times2.319 +$

$+\,0.5\cdot(-4.362) + 2\cdot0.5\cdot2.319)\,[2] + \frac{1}{3}\cdot5\cdot0.5\cdot2.319\cdot[3] = -20.01$

$[\frac{I_c}{I}]\int MM_1\,ds = EI_c\,\bar{F}_1 \longrightarrow -20.01 + 20 = 0.01 \qquad rh = \%0.05$

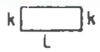
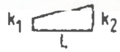
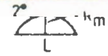
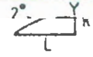
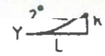
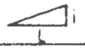
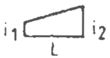
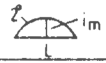
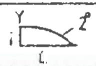
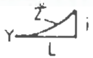
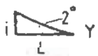
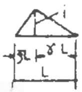
2) $[\frac{I_c}{I}]\int MM_2\,ds = \frac{1}{3}\cdot3\cdot(-3)\cdot(-9)\cdot[6] + \frac{1}{6}\cdot4\cdot1.5\cdot(-4.362 + 2\cdot2.319)\cdot[2] +$

$+\,\frac{1}{3}\cdot5\cdot1.5\cdot2.319\cdot[3] = 179.94$

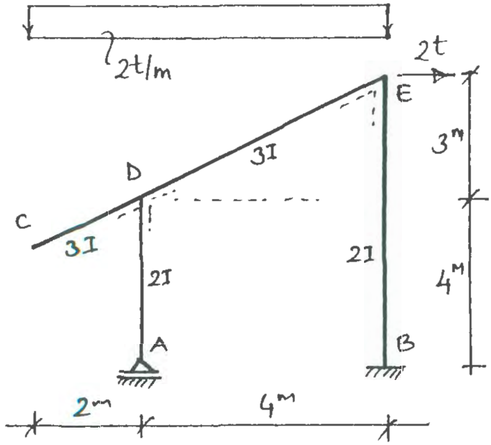
$[\frac{I_c}{I}]\int MM_2\,ds = EI_c\,\bar{F}_2 \longrightarrow 179.94 - 180 = -0.06 \qquad rh = \%0.03$

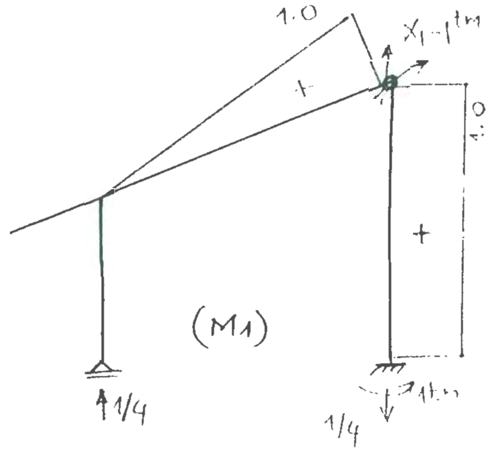
Tablo 2

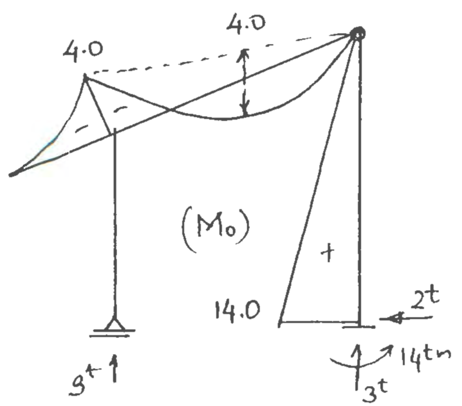
Çarpım Tablosu ($\int_0^L M_i \cdot M_k \cdot dx$)

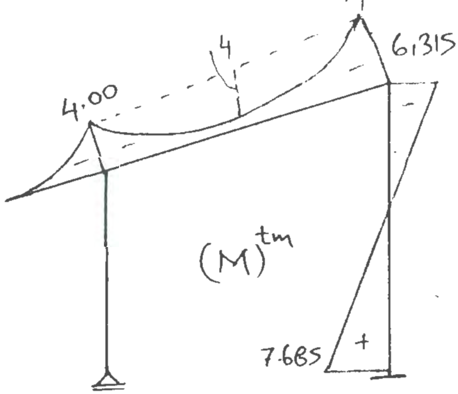
							
	Lik	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{2}Li(k_1+k_2)$	$\frac{2}{3}Lik_m$	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{2}Lik$
	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{6}Li(k_1+2k_2)$	$\frac{1}{3}Lik_m$	$\frac{5}{12}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\alpha)ik$
	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{6}Lik$	$\frac{1}{6}Li(2k_1+k_2)$	$\frac{1}{3}Lik_m$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{12}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\beta)ik$
	$\frac{1}{2}L(i_1+i_2)k$	$\frac{1}{6}L(i_1+2i_2)k$	$\frac{1}{6}L(2i_1k_1+i_1k_2+i_2k_1+2i_2k_2)$	$\frac{1}{3}L(i_1+i_2)k_m$	$\frac{1}{12}L(3i_1+5i_2)k$	$\frac{1}{12}L(i_1+3i_2)k$	$\frac{1}{6}Lk[(1+\beta)i_1+(1+\alpha)i_2]$
	$\frac{2}{3}Li_mk$	$\frac{1}{3}Li_mk$	$\frac{1}{3}Li_m(k_1+k_2)$	$\frac{8}{15}Li_mk_m$	$\frac{7}{15}Li_mk$	$\frac{1}{5}Li_mk$	$\frac{1}{3}L(1+\alpha\beta)i_mk$
	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{5}{12}Lik$	$\frac{1}{12}Li(3k_1+5k_2)$	$\frac{7}{15}Lik_m$	$\frac{8}{15}Lik$	$\frac{3}{10}Lik$	$\frac{1}{12}L(5-\beta-\beta^2)ik$
	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{12}Li(5k_1+3k_2)$	$\frac{7}{15}Lik_m$	$\frac{11}{30}Lik$	$\frac{2}{15}Lik$	$\frac{1}{12}L(5-\alpha-\alpha^2)ik$
	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{12}Li(k_1+3k_2)$	$\frac{1}{5}Lik_m$	$\frac{3}{10}Lik$	$\frac{1}{5}Lik$	$\frac{1}{12}L(1+\alpha+\alpha^2)ik$
	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{12}Lik$	$\frac{1}{12}Li(3k_1+k_2)$	$\frac{1}{5}Lik_m$	$\frac{2}{15}Lik$	$\frac{1}{30}Lik$	$\frac{1}{12}L(1+\beta+\beta^2)ik$
	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\alpha)ik$	$\frac{1}{6}Li[(1+\beta)k_1+(1+\alpha)k_2]$	$\frac{1}{3}L(1+\alpha\beta)ik_m$	$\frac{1}{12}L(5-\beta-\beta^2)ik$	$\frac{1}{12}L(1+\alpha+\alpha^2)ik$	$\frac{1}{3}Lik$
							$\frac{1}{6}\left[2-\frac{(\alpha-\gamma)^2}{\alpha\gamma}\right]Lik$ $\alpha>\gamma$

Y yazılı uçlarda 2° parabolünün teğeti yataydır.







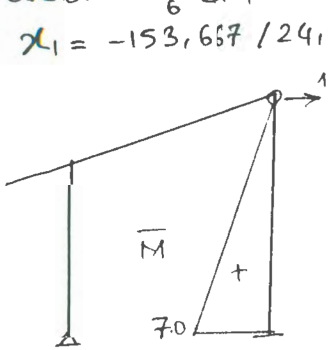


$I_c = 6I$

$EI_c\,\delta_{11} = \frac{1}{3}\cdot 5\cdot 1\cdot 1\,[2] + 7\cdot 1\cdot 1\cdot [3] = 24{,}333$

$EI_c\,\delta_{10} = -\frac{1}{6}\cdot 5\cdot 4\cdot 1\cdot [2] + \frac{1}{3}\cdot 5\cdot 4\cdot 1\cdot [2] + \frac{1}{2}\cdot 7\cdot 14\cdot 1\cdot [3] = 153{,}667$

$x_1 = -153{,}667 / 24{,}333 = -6{,}315$ tm



Kontrol

$EI_c\,\delta_1 = -\frac{1}{6}\cdot 5\cdot 1\cdot(4+2\cdot 6{,}315)\,[2]$

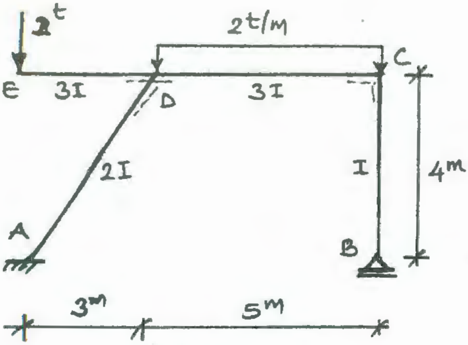
$+\frac{1}{3}\cdot 5\cdot 1\cdot 4\,[2] + \frac{1}{2}\cdot 7\cdot 1\,[7.685 - 6{,}315]\,[3]$

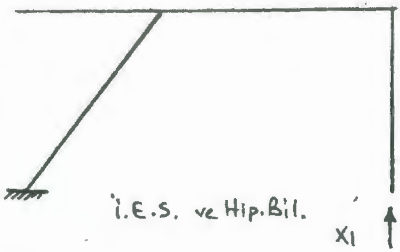
$= -27.7167 + 27.7183 = 0.0017 \qquad rh = 6\times 10^{-5}$

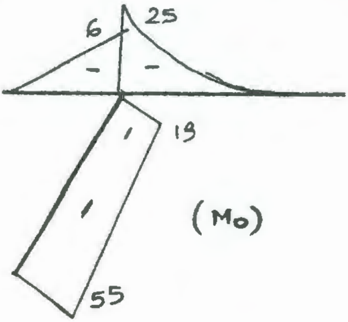
$EI_c\,\delta_E^H = \frac{1}{6}\cdot 7\cdot 7\cdot(-6{,}315 + 2\cdot 7{,}685)\cdot[3]$

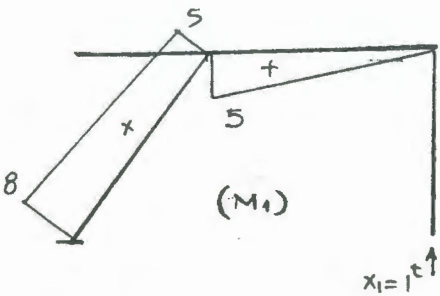
$= 221{,}8475$

$\delta_E^H = 36{,}975/EI \rightarrow$







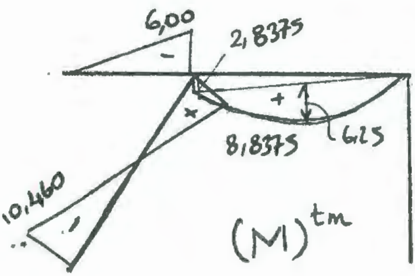


$I_c = 6I$

$$EI_c\delta_{11} = \frac{1}{3}\cdot5\cdot5\cdot5\cdot[2] + \frac{1}{6}\cdot5\left(2*8*8 + 2*8*5 + 2*5*5\right)\cdot[3]$$
$$= 728{,}333$$

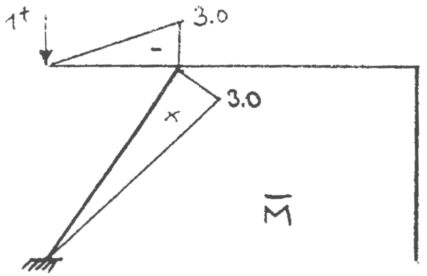
$$EI_c\delta_{10} = -\frac{1}{4}\cdot5\cdot5\cdot25\,[2] - \frac{1}{6}\cdot5\left(2*8*55 + 55*5 + 19*8 + 2*5*19\right)[3]$$
$$= -4055$$

$$728{,}333 * X_1 - 4055 = 0 \qquad x_1 = 5{,}5675^t$$



$$EI_c\delta_1 = \frac{1}{3}\cdot5\cdot5*2{,}8375\,[2] + \frac{1}{3}\cdot5\cdot5*6{,}25*[2] + \frac{1}{6}\cdot5\cdot\left(-2*10{,}46*8 - 10{,}46*5 + 8{,}8375*8 + 2*8{,}8375*5\right)[3]$$

$$EI_c\delta_1 = -0.00416 \cong 0 \quad ✓$$



$$EI_c\,\delta_E^v = \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 3 * 6\ [2] + \frac{1}{6}\cdot 5\cdot 3\,(2*8{,}8375-10{,}46)\ [3]$$

$$= 30{,}1125$$

$$EI\,\delta_E^v = 15{,}01875$$

$$E = 2*10^6\ t/m^2$$

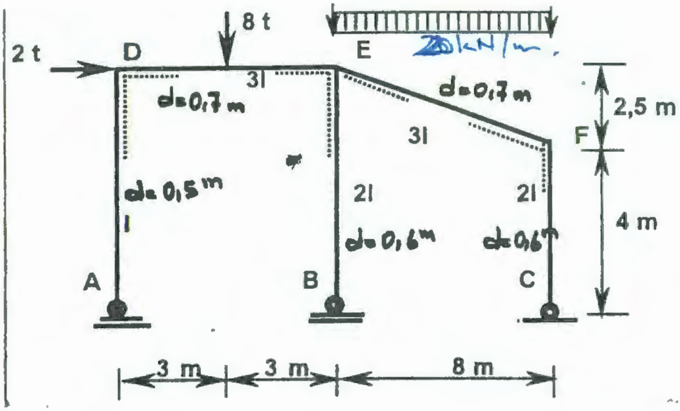
$$I = 10\ dm^4$$

$$EI = 2*10^6 * 0{,}0010 = 2000\ tm^2$$

$$\delta_E^v = 0{,}0075\ m$$

$$\boxed{\delta_E^v = 0{,}75\ cm}$$

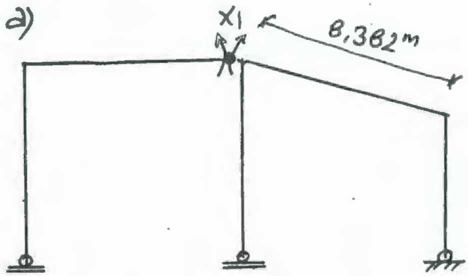
3



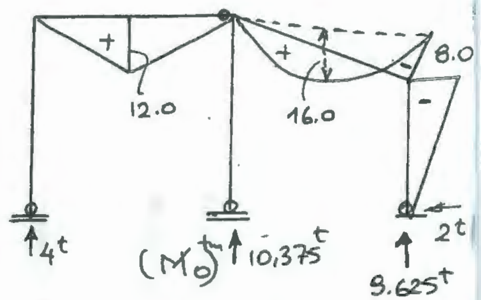
ÖLÇÜ ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi KUVVET yöntemi ile çözerek

a) İç kuvvet (M V N) diyagramlarını çiziniz.

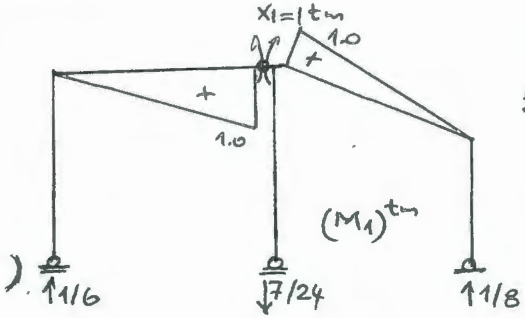
( ) a)



t.e.s. ve hip. bil.



$(M_0)^{tm}$



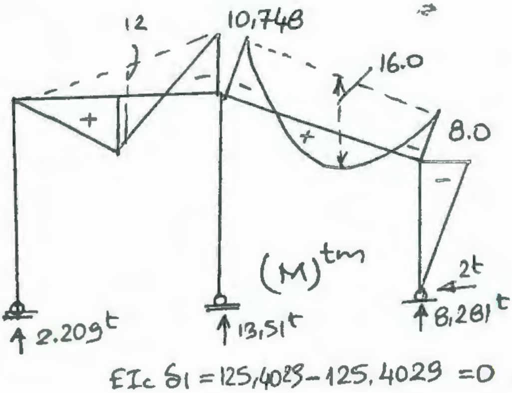
$(M_1)^{tm}$

$I_c = 6I$

$$EI_c\,\delta_{11} = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 1.1\,[2] + \frac{1}{3}\cdot 8{,}382\cdot 1.1\,[2] = 9{,}588$$

$$EI_c\,\delta_{10} = \frac{1}{6}\cdot 6\cdot(1{,}5)\cdot 1 * 12\,[2] - \frac{1}{6}\cdot 8{,}382 * 1 * 8\,[2] + \frac{1}{3}\cdot 8{,}382 * 1 * 16\,[2] = 103{,}052$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{103{,}052}{9{,}588} = -10{,}748\ tm$$

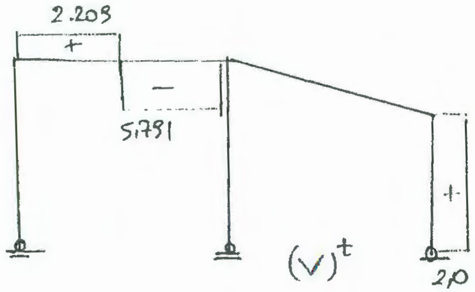


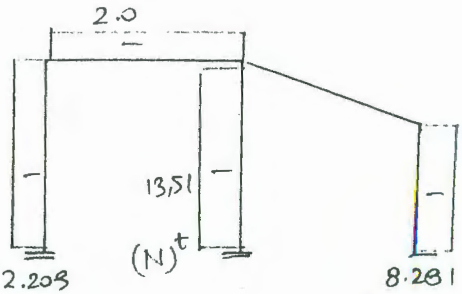
$(M)^{tm}$

KONTROL

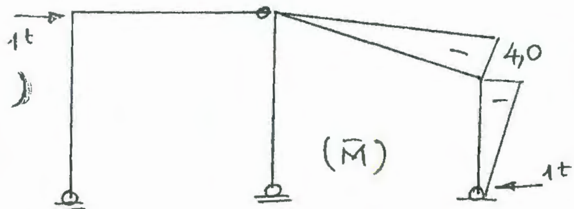
$$EI_c\,\delta_1 = -\frac{1}{3}\cdot 6\cdot 1 * 10{,}748\,[2] + \frac{1}{6}\cdot 6\cdot(1{,}5)\cdot 1 * 12\,[2] - \frac{1}{6}\cdot 8{,}382 * 1\,(2 * 10{,}748 + 8)\,[2] + \frac{1}{3}\cdot 8{,}382\cdot 1\cdot 16\,[2]$$

$EI_c\,\delta_1 = 125{,}4029 - 125{,}4029 = 0$ ✓   rh = ✓





b) F noktasının δ_F^H yatay yerdeğiştirmesini bulunuz.



$$EI_c\,\delta_F^H = \frac{1}{6}\cdot 8{,}382 * 4 * (10{,}748+2*8)$$
$$+\frac{1}{3}\cdot 8{,}382*16*4\,[2]$$
$$+\frac{1}{3}\cdot 4\cdot 4\cdot 8\,[3] = 69{,}311$$
$$\delta_F^H = \frac{11{,}552}{EI}\ (\longrightarrow)$$

c) $\Delta t = 20^\circ C$ ısı değişimi halinde M diyagramını çiziniz.

$$\delta_{it} = \int M_i \cdot \frac{\alpha_t \cdot \Delta t}{d}\, ds \qquad EI_c = 6 * 2*10^6 * 26*10^{-4} = 31200\ tm^2$$

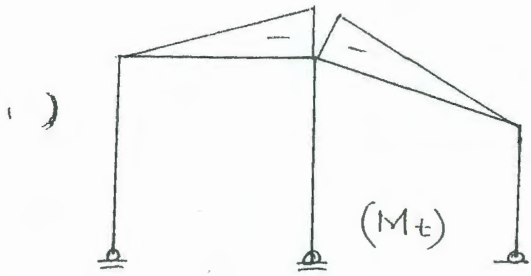
$$EI_c\,\delta_{1t} = 10^{-5}\cdot 20\left[\frac{1}{2}\cdot 6\cdot\frac{1}{0{,}7} + \frac{1}{2}\cdot 8{,}382*\frac{1}{0{,}7}\right]*31200 = 64{,}1026$$

$$X_1 = -\frac{64{,}1026}{9{,}588} = -6{,}685\ tm$$

$E = 2*10^6\ t/m^2$

$I = 26\ dm^4$

$\alpha_t = 10^{-5}$

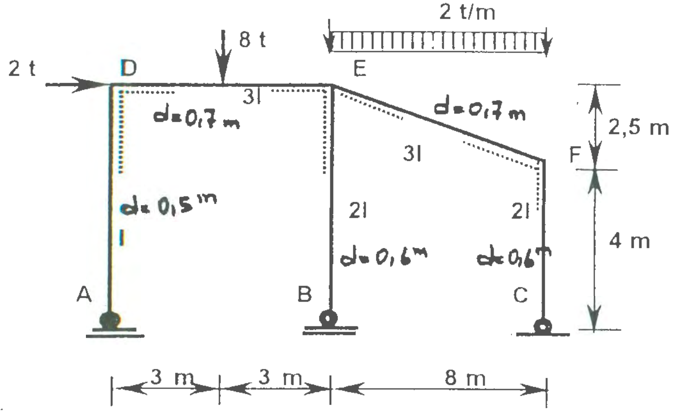


KONTROL:

$$EI_c\,\delta_1 = -\frac{1}{3}\cdot 6\cdot 1\cdot 6{,}685\,[2] - \frac{1}{3}\cdot 8{,}382*1*6{,}685\,[2] + 64{,}1026$$

$$EI_c\,\delta_1 = 0 \ ✓$$

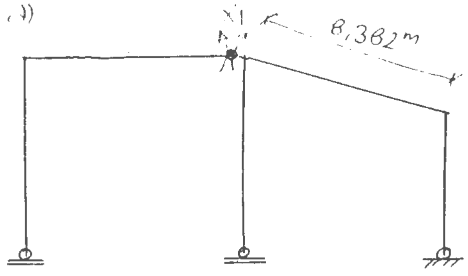
rh = ✓



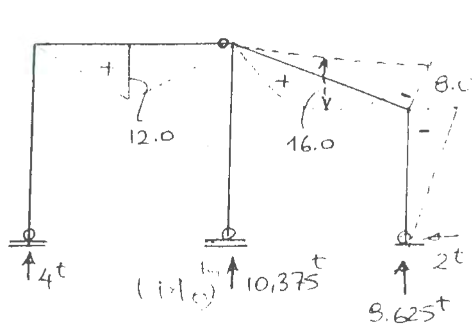
Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi KUVVET yöntemi ile çözerek

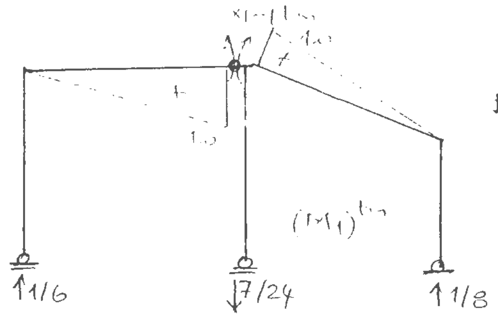
a) İç kuvvet (M, N, V) diyagramlarını çiziniz.

a)



İzo. ve hip. bil.



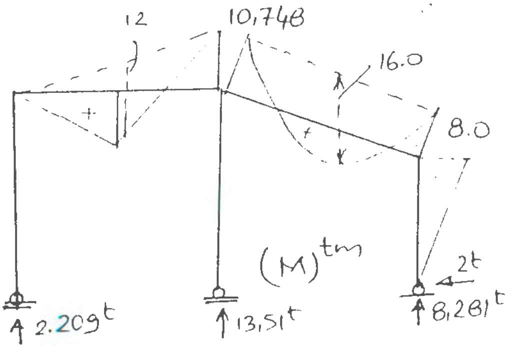


$I_c = 6I$

$$EI_c\,\delta_{11} = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 1\cdot 1\,[2] + \frac{1}{3}\cdot 8{,}382\cdot 1\cdot 1\,[2] = 9{,}588$$

$$EI_c\,\delta_{10} = \frac{1}{6}\cdot 6\cdot (1{,}5)\cdot 1\times 12\,[2] - \frac{1}{6}\cdot 8{,}382\times 1\times 8\,[2] + \frac{1}{3}\cdot 8{,}382\times 1\times 16\,[2] = 103{,}052$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{103{,}052}{9{,}588} = -10{,}748 \text{ tm}$$

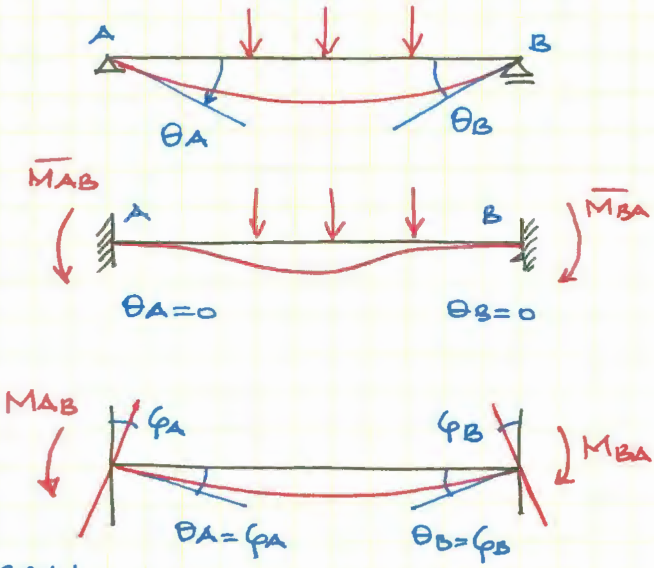


Kontrol.

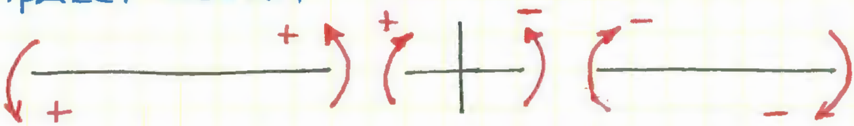
$$EI_c\,\delta_1 = -\frac{1}{3}\cdot 6\cdot 1\times 10{,}748\,[2] + \frac{1}{6}\cdot 6\cdot (1{,}5)\cdot 1\times 12\,[2] - \frac{1}{6}\cdot 8{,}382\times 1\,(2\times 10{,}748+8)\,[2] + \frac{1}{3}\cdot 8{,}382\cdot 1\cdot 16\,[2]$$

$EI_c\,\delta_1 = 125{,}4029 - 125{,}4029 = 0$ ✓ ch = ✓

YER DEĞİŞTİRME BÜYÜKLÜKLERİ / AÇI YÖNTEMİ

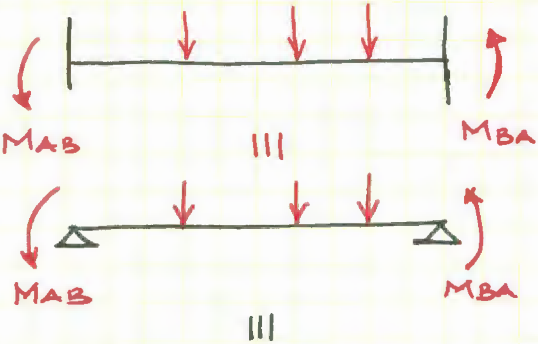


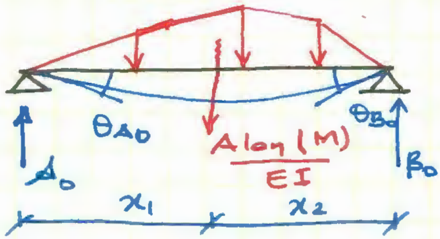
İŞARET KURALI



Çubuğu saat ibresi ters yönünde döndüren momentler pozitiftir.

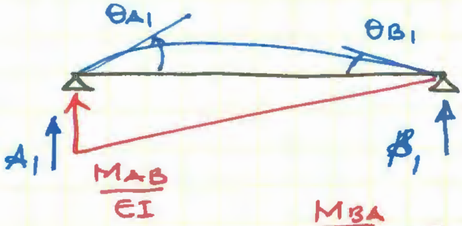
AÇI DENKLEMİ ELDE EDİLMESİ





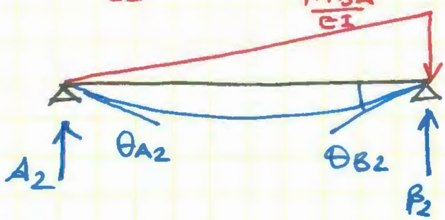
$$\theta_{A0} = A_0 = \frac{Alan\,M}{EI}\cdot\frac{x_2}{L} = \frac{A_0}{EI}$$

$$\theta_{B0} = -B_0 = \frac{-Alan\,M}{EI}\cdot\frac{x_1}{L} = \frac{B_0}{EI}$$



$$\theta_{A1} = A_1 = -\frac{M_{AB}}{EI}\cdot\frac{L}{2}\cdot\frac{2L}{3}\cdot\frac{1}{L}$$

$$\theta_{B1} = -B_1 = \frac{M_{AB}}{EI}\cdot\frac{L}{6}$$



$$\theta_{A2} = A_2 = \frac{M_{BA}}{EI}\cdot\frac{L}{6}$$

$$\theta_{B2} = -B_2 = -\frac{M_{BA}}{EI}\cdot\frac{2L}{6}$$

$$\theta_A = \theta_{A0} + \theta_{A1} + \theta_{A2}$$

$$\theta_B = \theta_{B0} + \theta_{B1} + \theta_{B2}$$

$$\theta_A = \frac{L}{6EI}\left(-2M_{AB} + M_{BA}\right) + \frac{A_0}{EI}$$

$$\theta_B = \frac{L}{6EI}\left(M_{AB} - 2M_{BA}\right) + \frac{B_0}{EI}$$

$$(2) \quad -2M_{AB} + M_{BA} = \frac{6EI}{L}\left(\theta_A - \frac{A_0}{EI}\right)$$

$$+ \quad M_{AB} - 2M_{BA} = \frac{6EI}{L}\left(\theta_B - \frac{B_0}{EI}\right)$$

$$+ \overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$-3M_{AB} = 6\frac{EI}{L}\left(2\theta_A + \theta_B\right) - \frac{12A_0 + 6B_0}{L}$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_A + \theta_B\right) + \frac{4A_0 + 2B_0}{L}$$

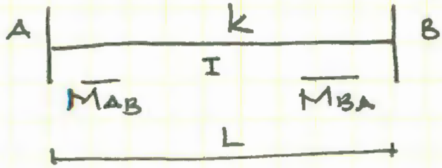
iki uç tam ank. $\overline{M_{AB}} = \dfrac{4A_0 + 2B_0}{L}$

$k = \dfrac{2EI}{L}$ $\quad \varphi_A = -\theta_A \quad \varphi_B = -\theta_B$ için

$$M_{AB} = k\left(2\varphi_A + \varphi_B\right) + \overline{M_{AB}}$$

$$M_{BA} = k\left(\varphi_A + 2\varphi_B\right) + \overline{M_{BA}}$$

a) iki uç Elastik Ankastre

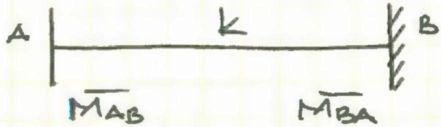


$$k = \frac{2EI}{L}$$

$$M_{AB} = k(2\varphi_A + \varphi_B) + \overline{M}_{AB}$$

$$M_{BA} = k(\varphi_A + 2\varphi_B) + \overline{M}_{BA}$$

b) Bir uç tam, diğer uç elastik Ankastre

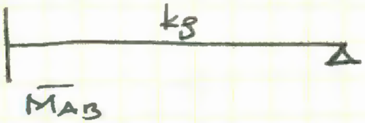


$$\varphi_B = 0$$

$$M_{AB} = k(2\varphi_A) + \overline{M}_{AB}$$

$$M_{BA} = k\varphi_A + \overline{M}_{BA}$$

c) Bir uç elastik ankastre, diğer uç mafsallı



* $k_g = 0{,}75\,k$

** $\overline{M}_{AB}$ Bir uç ankastre diğer uç mafsallı sisteme ait ankastrelik reaksiyonları alındığı takdirde

*** Hesaplarda $\varphi_B = 0$ alınabilir. $(\varphi_B \neq 0)$ (Gerçekte)

$$M_{AB} = k_g(2\varphi_A) + \overline{M}_{AB}$$

M_{BA} = Bilinen değer.

İŞLEM BASAMAKLARI ÖZETİ

Sistemin düğüm noktalarının sabit olup olmadığı (yer değiştirip değiştiremeyeceği araştırılır)

1) Momenti veya dönmesi bilinmiyen düğüm noktasındaki dönme değerleri φ_i ler bilinmiyen olarak alınır.

mafsallı veya moment değeri doğrudan hesaplanabilen düğümler mafsal, dönmesi sıfır olanları tam ankastre olduğu için bilinmiyen olarak alınmaz. Sadece elastik ankastre olan düğümlerdeki dönme açıları bilinmiyen olarak alınır.

2- Çubuk sabitleri hesaplanır.

$k = \frac{2EI}{L}$ (iki uç ank) $k_g = \frac{3}{4}\frac{2EI}{L}$ (Bir uç ank diğer uç. maf)

3- Diyagonal terimler hesaplanır.

Bilinmiyen olarak alınan her bir düğümde

$d_n = 2\sum k_{ni}$ alınır.

4- Yük terimleri hesaplanır.

$S_n = \sum \overline{M}_{ni}$

Hesaplama esnasında tam ankastrelik uç momentleri ve konsol momentinden yararlanılır.

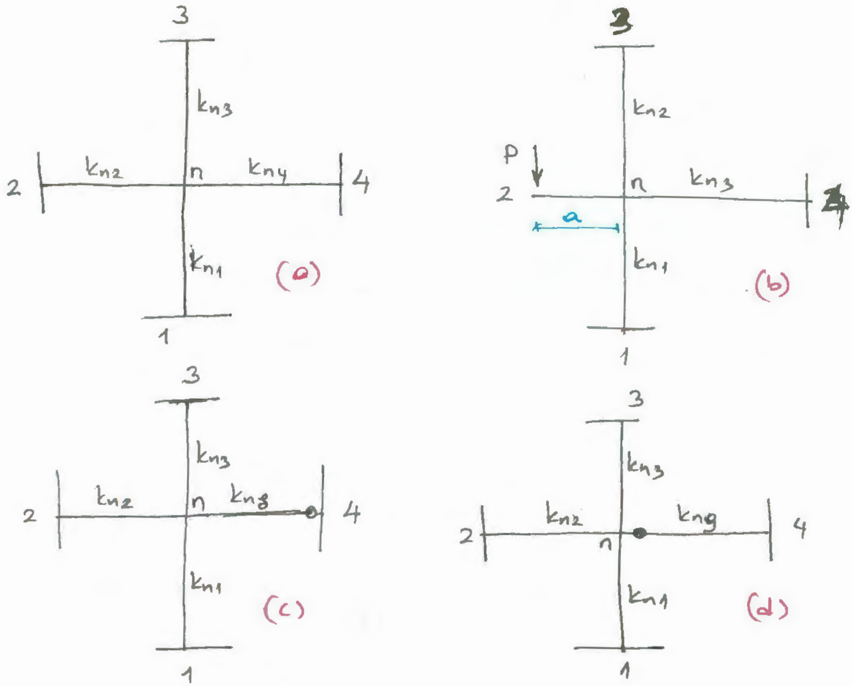
5) Düğüm noktası denge denklemleri
$\sum M_n = 0$ kuralına göre

$$d_n \varphi_n + \sum k_{ni}\varphi_i + S_n = 0$$

Bilinmiyen sayısına eşit düğüm noktası denge denklemi yazılır. ve denklem çözülerek bilinmiyen düğüm noktası dönme açıları bulunur.

6) Çubuk uç kuvvetleri

Çubuk uç momentleri açı denklemiyle $M_{ni} = k_{ni}(2\varphi_n + \varphi_i) + \overline{M}_{ni}$ yardımıyla bulunur. Çubukların dengesiyle kesme kuvvetleri düğümlerin dengesiyle Normal kuvvetler bulunur.



$$M_{n1} = k_{n1}\left(2\cdot\varphi_n + \varphi_1\right) + \overline{M_{n1}}$$
$$M_{n2} = k_{n2}\left(2\varphi_n + \varphi_2\right) + \overline{M_{n2}}$$
$$M_{n3} = k_{n3}\left(2\varphi_n + \varphi_3\right) + \overline{M_{n3}}$$
$$M_{n4} = k_{n4}\left(2\varphi_n + \varphi_4\right) + \overline{M_{n4}}$$

$\overline{M_{n2}} = + P.a$ (b de)

$M_{n4} = 2\, k_{ng}\cdot\varphi_n + \overline{M_{n4}}$ (c)

$M_{n4} = 0 \quad \varphi_4 = 0$ (d)

$k_{ng} = 0$

Mafsal düğüme yakın olduğundan

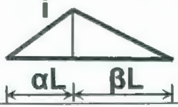
$$\Sigma M_n = \varphi_n\, 2\Sigma k_{ni} + \Sigma k_{ni}\cdot\varphi_i + \Sigma\overline{M_{ni}} = 0$$

diyagonal terimi $d_n = 2\,\Sigma k_{ni}$

yük terimi $S_n = \Sigma \overline{M_{ni}}$ olarak alınırsa

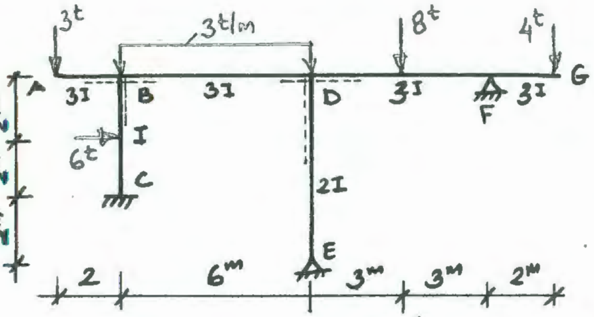
$$d_n\cdot\varphi_n + \Sigma k_{ni}\cdot\varphi_i + S_n = 0$$

ÇARPIM TABLOSU $\int_0^L M_i . M_k . ds$

	k  L	 k L	k  L	k_1  k_2 L
i  L	$L.i.k$	$\frac{1}{2}L.i.k$	$\frac{1}{2}L.i.k$	$\frac{1}{2}L.i.(k_1+k_2)$
 i L	$\frac{1}{2}L.i.k$	$\frac{1}{3}L.i.k$	$\frac{1}{6}L.i.k$	$\frac{1}{6}L.i.(k_1+2.k_2)$
i_1  i_2 L	$\frac{1}{2}L.i.(k_1+k_2)$	$\frac{1}{6}L.k.(i_1+2.i_2)$	$\frac{1}{6}L.k.(2.i_1+i_2)$	$\frac{1}{6}L\begin{pmatrix}2.i_1.k_1+i_1k_2\\+i_2.k_1+2.i_2.k_2\end{pmatrix}$
2^0 i_m  L	$\frac{2}{3}L.i.k_m$	$\frac{1}{3}L.i.k_m$	$\frac{1}{3}L.i.k_m$	$\frac{1}{3}L.i_m.(k_1+k_2)$
2^0  i Y L	$\frac{1}{3}L.i.k$	$\frac{1}{4}L.i.k$	$\frac{1}{12}L.i.k$	$\frac{1}{12}L.i.(k_1+3.k_2)$
i 2^0  L Y	$\frac{1}{3}L.i.k$	$\frac{1}{12}L.i.k$	$\frac{1}{4}L.i.k$	$\frac{1}{12}L.i.(3.k_1+k_2)$
i  αL βL	$\frac{1}{2}L.i.k$	$\frac{1}{6}L(i+\alpha).k$	$\frac{1}{6}L(i+\beta).k$	$\frac{1}{6}L.i.\begin{pmatrix}(1+\beta).k_1\\+(1+\alpha).k_2\end{pmatrix}$

AG1

DÜGÜM NOKTALARI SABIT



Bilinmiyenler φ_B , φ_D

Çubuk sabitleri

$$k_{BC} = \frac{2E(I)}{4} = 0{,}5EI$$

$$k_{BD} = \frac{2E(3I)}{6} = EI$$

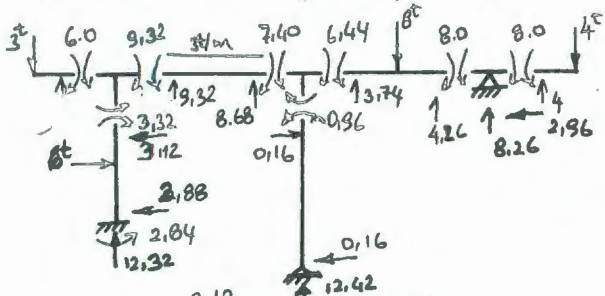
$$k_{DE} = \frac{3}{4}.2\frac{E(2I)}{6} = 0{,}5EI$$

$$k_{DF} = \frac{3}{4}.2\frac{E(3I)}{6} = 0{,}75EI$$

Diyagonal Terimleri

$$d_B = 2(0{,}5+1)EI = 3EI$$

$$d_D = 2(1+0{,}5+0{,}75)EI = 4{,}5EI$$



Ankastrelik Momentleri

$$M_{BD} = -M_{DB} = -\frac{3 \times 6^2}{12} = -9.00^{tm}$$

$$M_{BA} = +6.0\,tm$$

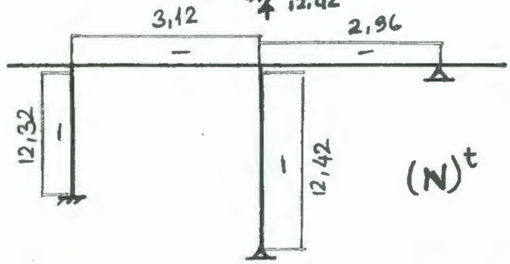
3^t 6^{tm}

$$M_{CB} = -M_{BC} = -\frac{6 \times 4}{8} = -3^{tm}$$

$$M_{DF} = -5^{tm}$$

4 8^t 8

$$\frac{3 \times 8 \times 6}{16} = 9$$



Yük TERİMLERİ

$$S_B = 6+3-9 = 0$$

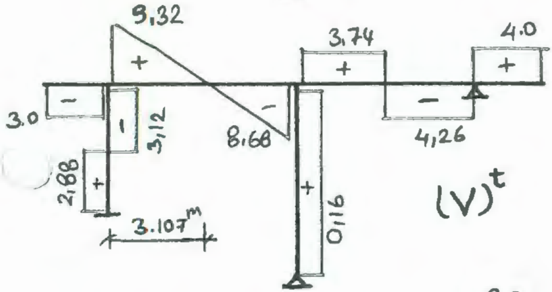
$$S_D = 9-5 = 4$$

Düğüm noktası denge Denk.

$$3EI\,\varphi_B + EI\,\varphi_D + 0 = 0$$

$$EI\,\varphi_B + 4{,}5EI\,\varphi_D + 4 = 0$$

$$\varphi_B = \frac{0{,}32}{EI} \qquad \varphi_D = -\frac{0{,}96}{EI}$$



Çubuk uç momentleri

$$M_{BD} = EI(2\varphi_B + \varphi_D) - 9 = -9{,}32^{tm}$$

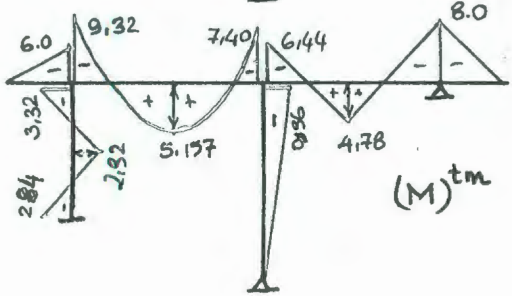
$$M_{DB} = EI(2\varphi_D + \varphi_B) + 9 = 7{,}40^{tm}$$

$$M_{CB} = 0{,}5EI(0 + \varphi_B) - 3 = -2{,}84^{tm}$$

$$M_{BC} = 0{,}5EI(2\varphi_B + 0) + 3 = 3{,}32^{tm}$$

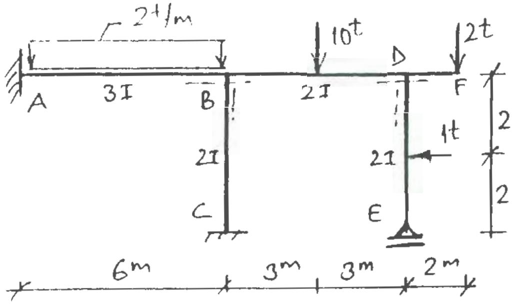
$$M_{DE} = 0{,}5EI(2\varphi_D + 0) + 0 = -0{,}96^{tm}$$

$$M_{DF} = 0{,}75EI(2\varphi_D + 0) - 5 = -6{,}44^{tm}$$



KONTROL : $\Sigma X = 0$ $\Sigma Y = 0$ $\Sigma M_C = 0$ ✓

K.S.D.



Bil: φ_B

Çubuk sabitleri

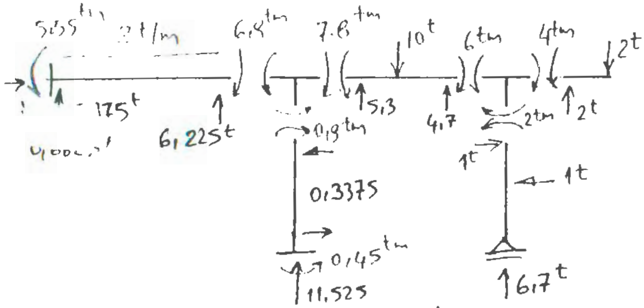
$K_{AB} = \frac{2 * 3EI}{6} = EI$

$K_{BC} = 2\,\frac{*2EI}{4} = EI$

$K_{BD} = \frac{3}{4}\,2 * \frac{2EI}{6} = 0{,}5EI$

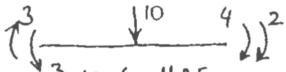
diyagonal terimi

$d_B = 2\,(1+1+0{,}5)EI = 5EI$



Ank. Reak.

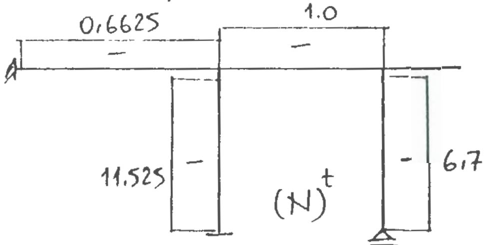
$M_{AB} = -M_{BA} = -\frac{2*6^2}{12} = -6^{tm}$



$\frac{3}{16}.10*6 = 11{,}25$ $\quad M_{BD} = -8{,}25^{tm}$

yük terimi

$S_B = -8{,}25+6 = 2{,}25^{tm}$



D.N. Denge. Denk.

$5EI\,\varphi_B - 2{,}25 = 0$

$\varphi_B = {}^{+}0{,}45/EI$

Çubuk uç Mom.

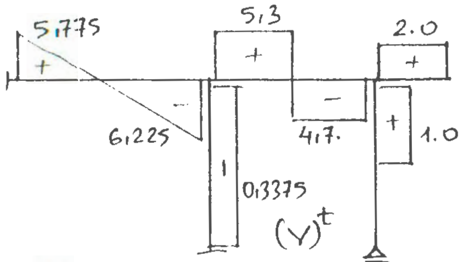
$M_{AB} = EI\,(\varphi_B) - 6 = -5{,}55^{tm}$

$M_{BA} = EI(2\varphi_B) + 6 = 6{,}90^{tm}$

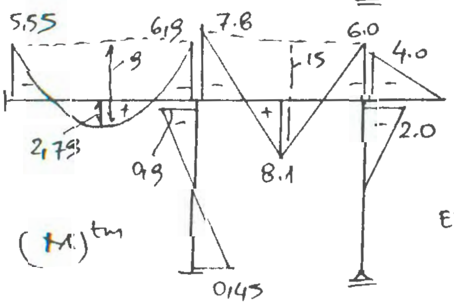
$M_{BC} = EI\,(2\varphi_B) = 0{,}9^{tm}$

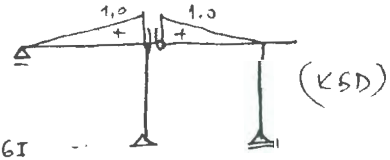
$M_{CB} = EI\,(\varphi_B) = 0{,}45^{tm}$

$M_{BD} = 0{,}5EI(2\varphi_B) - 8{,}25 = -7{,}8^{tm}$



Kontrol: $\Sigma X=0 \quad \Sigma Y=0 \quad \Sigma M_A=0$





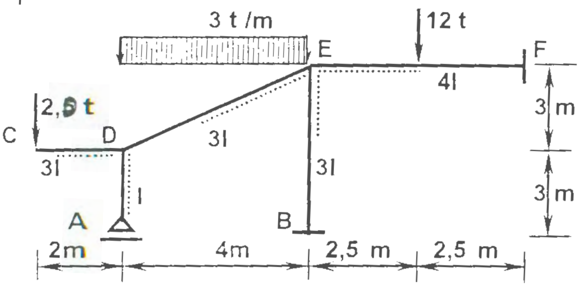
$I_c = 6I$

$EI_c\,\varphi_B = -\frac{1}{6}.6.1.(5{,}55+2*6{,}9)\,[2]$

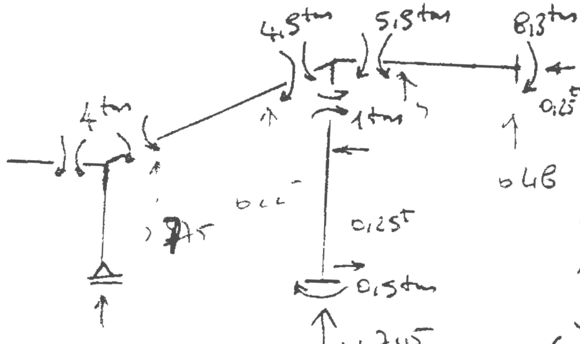
$+ \frac{1}{3}.6.1.9.[2] + \frac{1}{6}.6.1.(1{,}5)*15.[\ldots]$

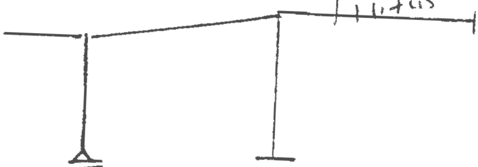
$- \frac{1}{6}.6.1.(6+2*7{,}8).[3] = 0$

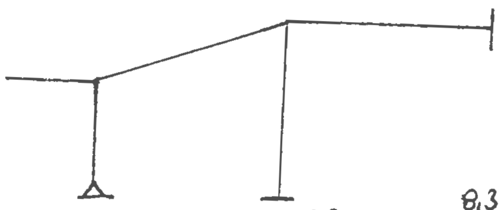
SORU 2: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi AÇI yöntemi ile çözerek Moment (M) diyagramını çiziniz.
25p

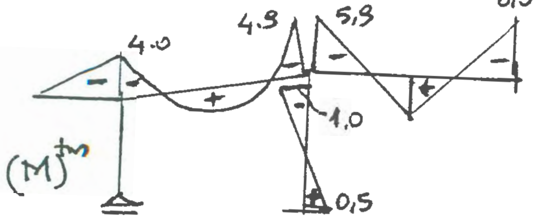


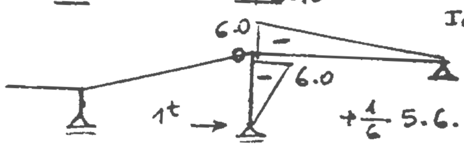
Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.











Düğüm noktaları Sabit

Çubuk Sabitleri

$k_{DE} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2 \cdot 3EI}{5} = 0{,}9\,EI$

$k_{EB} = \frac{2 \cdot 3EI}{6} = EI$

$k_{EF} = 2 \cdot \frac{4EI}{5} = 1{,}6\,EI$

Diyagonal Terimi

$d_E = 2(0{,}9+1+1{,}6)EI = 7\,EI$

Ankastrelik Reaksiyonları

2^{tm} 4^{tm} 6^{tm}

$k_{ED} = 4^{tm}$

$M_{EF} = -M_{FE} = -\frac{12 \cdot 5}{8} = -7{,}5^{tm}$

Yük Terimi

$S_E = 4 - 7{,}5 = -3{,}5^{tm}$

Denge Denk.

$7EI\varphi_E - 3{,}5 = 0 \qquad \varphi_E = \frac{0{,}5}{EI}$

Çubuk Uç Mom.

$M_{ED} = 0{,}9EI\left(\frac{1}{EI} + 0\right) + 4 = 4{,}9^{tm}$

$M_{EF} = 1{,}6EI\left(\frac{1}{EI} + 0\right) - 7{,}5 = -5{,}9$

$M_{FE} = 1{,}6EI\left(\frac{0}{EI} \ldots\right) + 7{,}5 = 8{,}3$

$M_{EB} = EI \cdot \left(\frac{1}{EI}\right) = 1{,}0^{tm}$

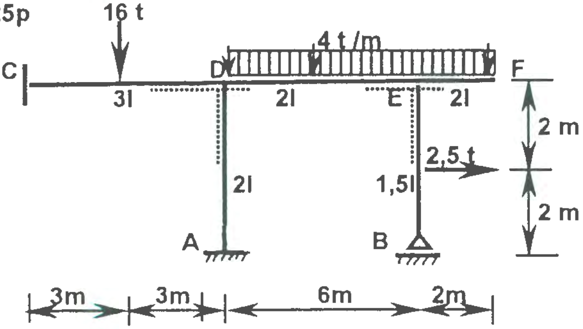
$M_{BE} = 0{,}5^{tm}$

$I_c = 12EI$

$EI_c\delta_B^H = -\frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 6\,(0{,}5-2)[4] + \frac{1}{6}\, 5 \cdot 6 \cdot (2 \cdot 5{,}9 + 8{,}3)[3] - \frac{1}{6} \cdot 5\,(4{,}5) \cdot 6 \cdot 15\,[3] = 0$

SORU 2: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi AÇI yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.

25p



Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

Düğüm noktaları sabit

Bilinmeyen φ_D

ÇUBUK SABİTLERİ

$$K_{CD} = \frac{2 * 3EI}{6} = EI$$

$$k_{DA} = \frac{2 * 2EI}{4} = EI$$

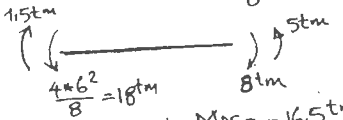
$$k_{DE} = \frac{3}{4} \cdot 2 * \frac{2EI}{6} = 0{,}50\,EI$$

DİYAGONAL TERİMLERİ

$$d_D = 2(1 + 1 + 0{,}5)EI = 5EI$$

ANKASTRELİK REAKSİYONLARI

$$M_{CD} = -M_{DC} = -\frac{16 * 6}{8} = -12.0^{tm}$$



$$M_{DE} = -16{,}5^{tm}$$

Yük terimi

$$S_B = 12 - 16{,}5 = -4{,}5^{tm}$$

D.N. Denge Denklemi

$$5EI\,\varphi_D - 4{,}5 = 0$$

$$\varphi_D = 0{,}90 / EI$$

ÇUBUK UÇ MOMENTLERİ

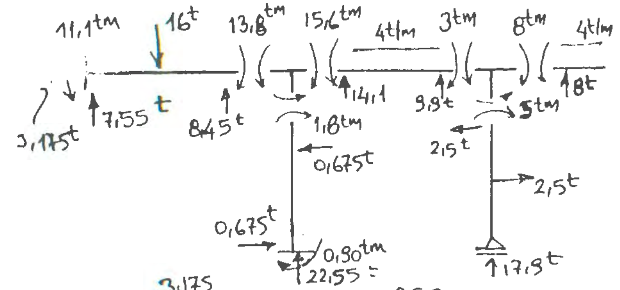
$$M_{CD} = EI(\varphi_D) - 12 = -11{,}1^{tm}$$

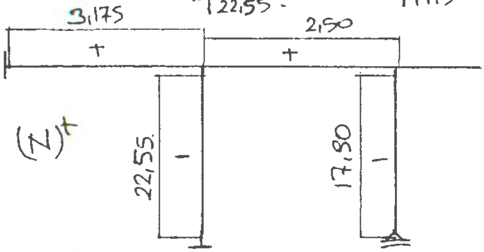
$$M_{DC} = EI(2\varphi_D) + 12 = 13{,}8^{tm}$$

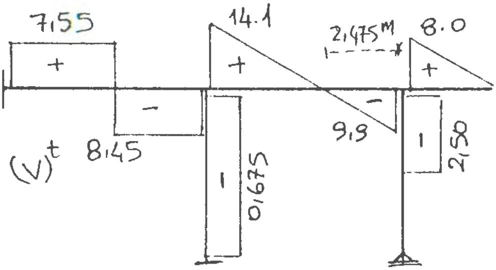
$$M_{DA} = EI(2\varphi_D) + 0 = 1{,}8^{tm}$$

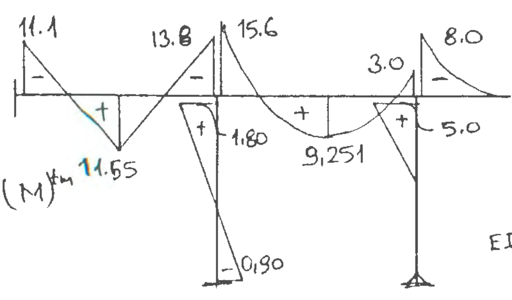
$$M_{AD} = EI(\varphi_D) + 0 = 0{,}9^{tm}$$

$$M_{DE} = 0{,}5EI(2\varphi_D) - 16{,}5 = -15{,}6^{tm}$$



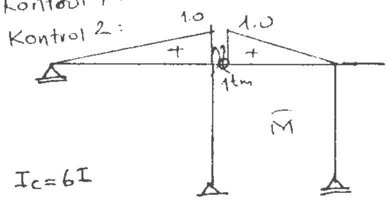






Kontrol 1 : $\Sigma X = 0$ $\Sigma Y = 0$ $\Sigma M_A = 0$

Kontrol 2 :



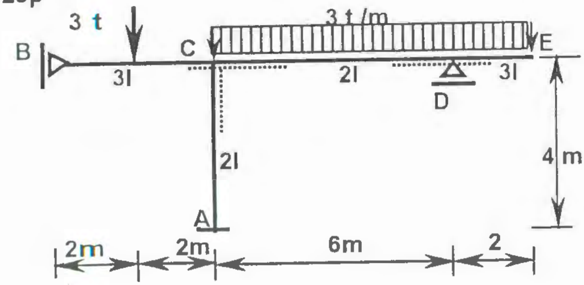
$$I_c = 6I$$

$$EI_c\varphi_D = \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot (1{,}5) * 1 * 24\,[2] - \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 1\,(11{,}1 + 2 * 13{,}8)\,[2]$$

$$+ \frac{1}{3} \cdot 6 * 1 * 18\,[3] - \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 1\,(2 * 15{,}6 + 3)\,[3]$$

SORU 2: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi AÇI yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.

25p



Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

D.N. Sabit

Bilinmeyen φ_c

Çubuk Sabitleri

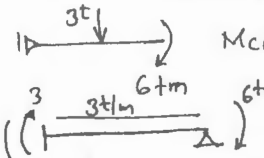
$k_{AC} = 2\,\frac{E2I}{4} = EI$

$k_{CD} = \frac{3}{4}\,2\,\frac{E2I}{6} = 0{,}50\,EI$

Diyagonal terimi

$d_c = 2(1+0{,}5)EI = 3EI$

Ank. Momentleri



$M_{CB} = 6^{tm}$

$\frac{3 \times 6^2}{8} = 13{,}5 \qquad M_{CD} = -10{,}5^{tm}$

Yük Terimi

$S_c = 6 - 10{,}5 = -4{,}5^{tm}$

D. Nok. Denge Denklemi

$3EI\,\varphi_c - 4{,}5 = 0$

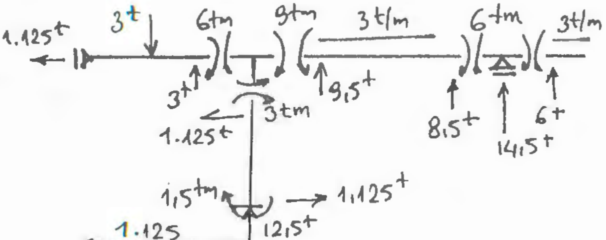
$\varphi_c = \frac{4{,}5}{3EI} = \frac{1{,}5}{EI}$

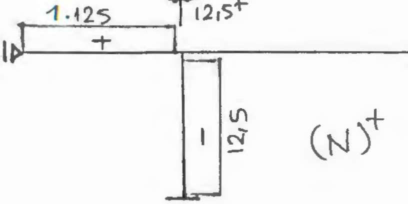
Çubuk Uç Momentleri

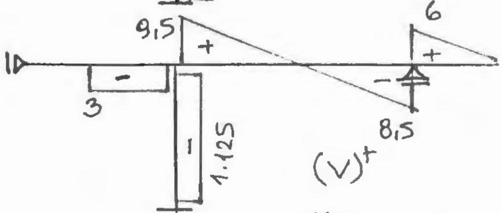
$M_{CA} = EI(2\varphi_c) = 3^{tm}$

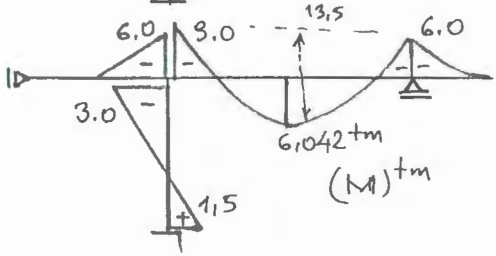
$M_{AC} = EI(\varphi_c) = 1{,}5^{tm}$

$M_{CD} = 0{,}5EI(2\varphi_c) - 10{,}5 = -9^{tm}$





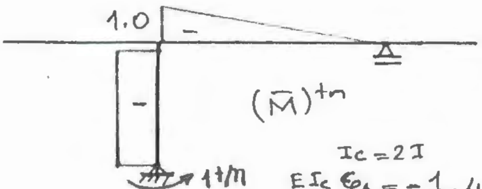




Kontrol 1

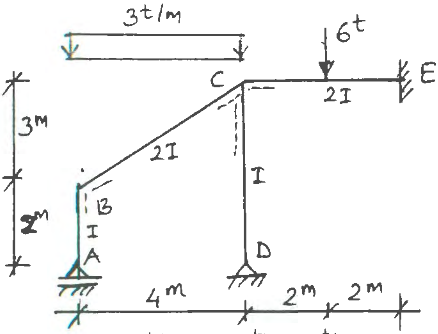
$\Sigma X = 0 \quad \Sigma Y = 0 \quad \Sigma M_A = 0$

Kontrol 2 K.S.D



$I_c = 2I$

$EI_c\,\varphi_A = -\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 1(-3+1{,}5) - \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 1\cdot 13{,}5 + \frac{1}{6}\cdot 6\cdot 1\,(2\times 9+6) = 27-27=0$



Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi açı yöntemi ile çözerek M, V, N diyagramlarını çiziniz.

Çözüm: D. N. sabit

Bilinmeyen φ_C

Çubuk sabitleri

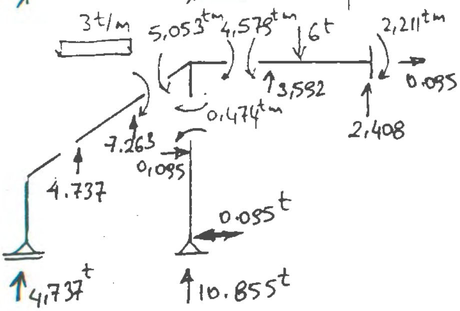
$$k_{BC} = \frac{3}{4} \cdot 2\frac{E(2I)}{5} = 0{,}6\,EI$$

$$k_{CD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2EI}{5} = 0{,}3\,EI$$

$$k_{CE} = \frac{2E(2I)}{4} = EI$$

diyagonal Terimi

$$d_C = 2(0{,}6 + 0{,}3 + 1)EI = 3{,}8\,EI$$



Ank. Momentleri

$$M_{CB} = \frac{3 * 4^2}{8} = 6\,tm$$

$$M_{CE} = -M_{EC} = -\frac{6 * 4}{8} = -3$$

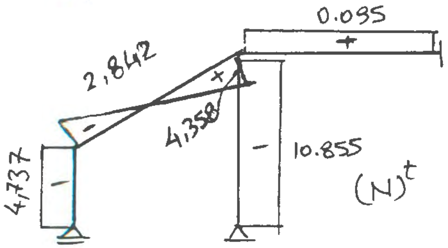
Yük Terimi

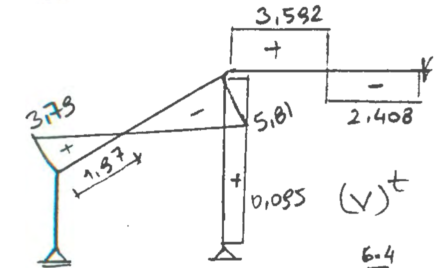
$$s_C = 6 - 3 = 3\,tm.$$

D.N.D.D.

$$3{,}8\,EI\,\varphi_C + 3 = 0$$

$$\varphi_C = -\frac{3}{3{,}8EI} = -0{,}79/EI$$





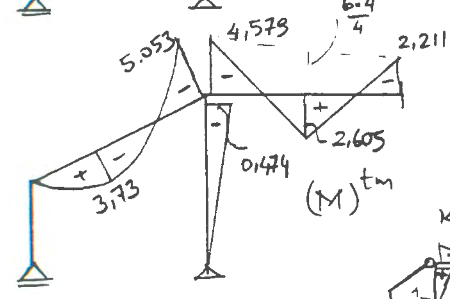
Çubuk Uç Momentleri

$$M_{CB} = 0{,}6EI(2\varphi_C) + 6 = 5.053\,tm$$

$$M_{CE} = EI(2\varphi_C) - 3 = -4.578\,tm$$

$$M_{EC} = EI(\varphi_C) + 3 = 2{,}211\,tm$$

$$M_{CD} = 0{,}3\,EI(2\varphi_C) = -0{,}474\,tm$$

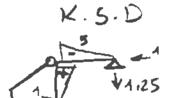


Kontrol: $\Sigma X = 0$

$\Sigma Y = 0$

$\Sigma M_A = 0.002 \cong 0$

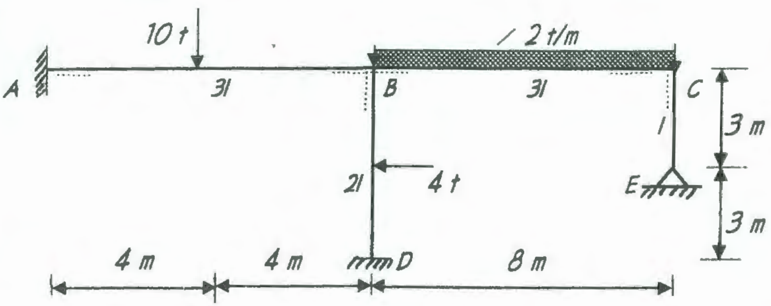
K.S.D



$EI_c\,\delta_1 = 37{,}897 - 37{,}9$ R.H. $= 0{,}8\,10^{-4}$

$$EI_c\,\delta_1 = -\frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 0{,}474\,[2] + \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 5 \cdot (2 * 4{,}578 + 2{,}211)\,[1] - \frac{1}{6} \cdot 4\,(1{,}5) \cdot 5 * 6 = 0.003$$

Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen sistemi Açı yöntemi ile çözerek M V N diyagramlarını çiziniz.



* Düğüm noktaları sabit * Bilinmiyenler φ_B, φ_C

* Çubuk Sabitleri

$k_{AB} = \frac{2 \times 3EI}{8} = 0{,}75\,EI$ $\qquad k_{BC} = \frac{2 \times 3EI}{8} = 0{,}75\,EI$

$k_{BD} = \frac{2 \times 2EI}{6} = 0{,}667\,EI$ $\qquad k_{CE} = \frac{3}{4} \times \frac{2EI}{3} = 0{,}50\,EI$

Diyagonal Terimleri

$d_A = 2\,(0{,}75\,EI + 0{,}667\,EI + 0{,}75\,EI = 4.333\,EI$

$d_C = 2\,(0{,}75EI + 0{,}50EI) = 2{,}500\,EI$

Ankastrelik Momentleri $\qquad$ Yük Terimleri

$M_{AB} = M_{BA} = -\frac{10 \times 8}{8} = -10^{tm}$ $\qquad S_B = 10 - 10.666 - 3 = -3.667^{tm}$

$M_{BC} = -M_{CB} = -\frac{2 \times 8^2}{12} = -10.667^{tm}$ $\qquad S_C = 10.667^{tm}$

$M_{BD} = -M_{DB} = \frac{-4 \times 6}{8} = -3.00^{tm}$

Düğüm noktası denge denklemleri

$$\left.\begin{aligned} \Sigma M_B \quad & 4{,}333\,EI\,\varphi_D + 0{,}75\,EI\,\varphi_C - 3.667 = 0 \\ \Sigma M_C \quad & 0{,}750\,EI\,\varphi_D + 2{,}500\,EI\,\varphi_C + 10.667 = 0 \end{aligned}\right\} \quad \varphi_D = \frac{1.6714}{EI} \quad \varphi_C = -\frac{4.7681}{EI}$$

Açı Denklemleri ile uç momentleri

$M_{AB} = 0{,}75EI\,(0 + \varphi_B) - 10 = -8{,}746^{tm}$ $\qquad M_{CE} = 0.50EI\,(2\varphi_C) =$

$M_{BA} = 0{,}75EI\,(2 \times \varphi_B + 0) + 10 = 12{,}507^{tm}$ $\qquad M_{CE} = -4{,}7681^{tm}$

$M_{BD} = 0{,}6667EI\,(2 \times \varphi_B + 0) - 3 = -0{,}771^{tm}$

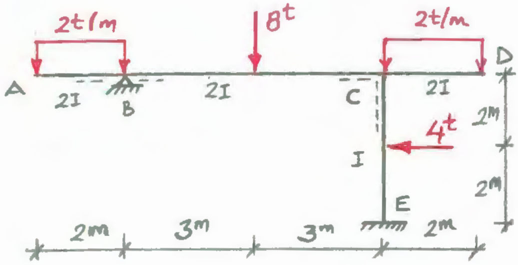
$M_{DB} = 0.6667EI\,(0 + \varphi_B) + 3 = 4{,}114^{tm}$

$M_{BC} = 0{,}75\,EI\,(2\varphi_B + \varphi_C) - 10.667 = -11{,}736^{tm}$

$M_{CB} = 0{,}75\,EI\,(2\varphi_C + \varphi_B) + 10.667 = 4.7681^{tm}$

Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemin

M, V, N diyagramlarını çiziniz



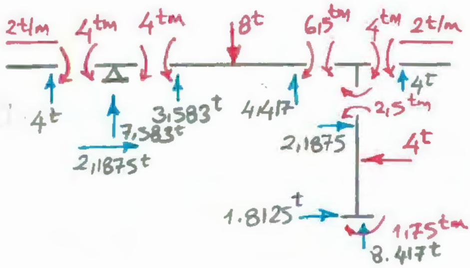
ÇÖZÜM: D. Noktaları sabit

bilinmeyen φ_c

ÇUBUK SABİTLERİ

$k_{CE} = 2EI/4 = 0{,}5\,EI$

$k_{BC} = 0{,}75 * 2E(2I)/6 = 0{,}5\,EI$



DİYAGONAL TERİMİ

$d_c = 2(0{,}5EI + 0{,}5EI) = 2EI$

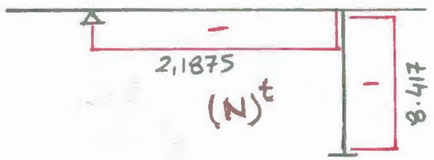
ANKASTRELİK MOMENTLERİ

$M_{BA} = 2 * 2 = 4^{tm}$

$M_{CB} = \frac{3*8*6}{16} - 2 = 7^{tm}$

$M_{CE} = -M_{EC} = -\frac{4*4}{8} = -2^{tm}$

$M_{CD} = -4^{tm}$

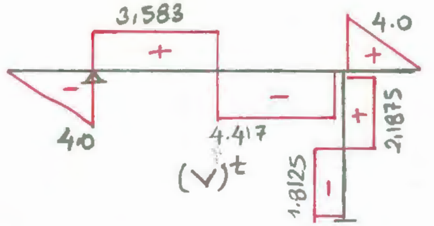


YÜK TERİMİ

$s_c = 7 - 4 - 2 = 1^{tm}$

$2EI\,\varphi_c + 1 = 0$

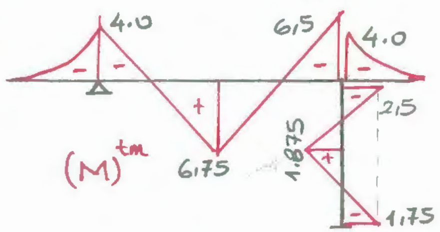
$\varphi_c = -0{,}5/EI$



$M_{CB} = 0{,}5EI\left(-\frac{1}{2EI}\cdot 2\right) + 7 = 6{,}5^{tm}$

$M_{CE} = 0{,}5EI\left(-\frac{2}{2EI}\right) - 2 = -2{,}5^{tm}$

$M_{EC} = 0{,}5EI\left(-\frac{1}{2EI}\right) + 2 = +1{,}75^{tm}$



KONTROL 1 $\Sigma X = 0$

$\Sigma Y = 0$

$\Sigma M = 0$

KONTROL 2 : KSD

$EI\,\delta_B^H = -\frac{1}{6}\cdot 4\cdot 4\cdot(2*1{,}75+2)\,[1]$

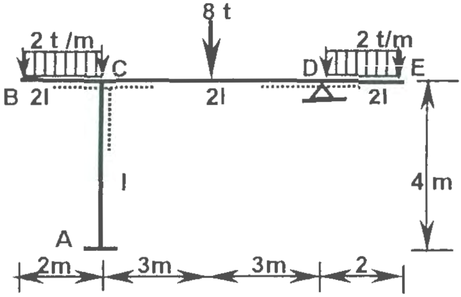
$+ \frac{1}{6}\cdot 4 * (1{,}5)\cdot 4\cdot 4 =$

$= -16 + 16 = 0$

SORU 2: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi AÇI yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.

25p

Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.



Bil. $\varphi_C = ?$

D.Nok. Sabit

Çubuk Sabitleri

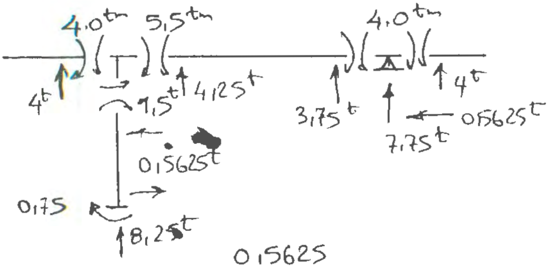
$k_{AB} = 2\frac{EI}{4} = 0,5\,EI$

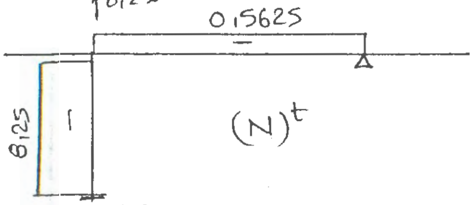
$k_{CD} = \frac{3}{4}\cdot\frac{2.E2I}{6} = 0,5\,EI$

Diyagonal Terimi

$d_C = 2(0,5+0,5)EI = 2EI$

Ank. Mom.





$\frac{3\cdot 8\cdot 6}{16} = 9 \qquad M_{CD} = -7^{tm}$

$M_{CB} = +4^{tm}$

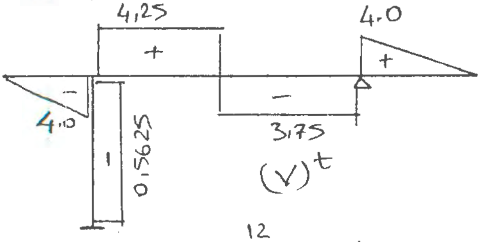
Yük Terimi

$S_C = -7+4 = -3^{tm}$

D.N. Deng. denk.

$2EI\,\varphi_C - 3 = 0$

$\varphi_C = 1,5/EI$

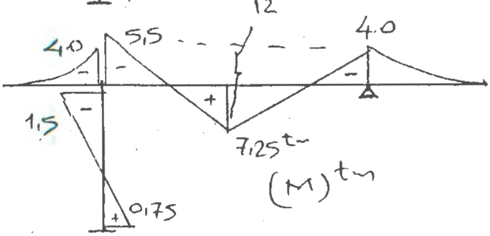


Çubuk uç Mom.

$M_{CD} = 0,5EI(2\cdot\varphi_C + 0) - 7 = 5,5^{tm}$

$M_{CA} = 0,5EI(2\varphi_C + 0) = 1,5^{tm}$

$M_{AC} = 0,5EI(0+\varphi_C) = 0,75^{t}$

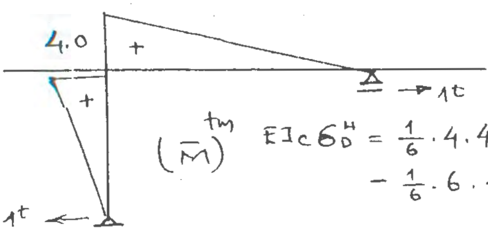


Kontrol 1

$\Sigma X = 0 \quad \Sigma Y = 0 \quad \Sigma M_A = 0$

KONTROL 2: K.S.D

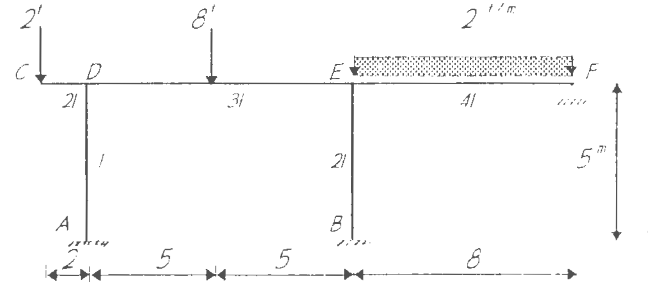
$I_C = 2I$



$EI_C\,\delta_D^H = \frac{1}{6}\cdot 4\cdot 4(-2\cdot 1,5+0,75)[2] + \frac{1}{8}\cdot 6\cdot 4(1,5)\cdot 12$

$- \frac{1}{6}\cdot 6\cdot 4\cdot(2\cdot 5,5+4)[1] = 0$

SORU 2 : Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen sistemi "Açı / Yer değiştirme büyüklükleri yöntemi" ile çözerek M, V, N diyagramlarını çiziniz. Açıklıktaki maksimum momentleri belirleyiniz.



BİLİNMİYENLER φ_D ve φ_E

$$k_{AD} = \frac{2EI}{5} \qquad k_{DE} = \frac{2.3EI}{10} = \frac{3EI}{5}$$

$$k_{BE} = \frac{2.2EI}{5} = \frac{4EI}{5} \qquad k_{EF} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2.4EI}{8} = \frac{3EI}{4}$$

$$d_D = 2\left(\frac{2EI}{5} + \frac{3EI}{5}\right) = 2{,}0\,EI$$

$$d_E = 2\left(\frac{3EI}{5} + \frac{4EI}{5} + \frac{3EI}{4}\right) = 4{,}3\,EI$$

$$M_{DC} = +4.0^{tm}$$

$$M_{DE} = -M_{ED} = -\frac{P.L}{8} = -\frac{8.10}{8} = -10^{tm}$$

$$M_{EF} = -\frac{q.L^2}{8} = \frac{2*8^2}{8} = -16^{tm}$$

$$S_D = -6 \ tm$$

$$S_E = -6 \ tm$$

$$\Sigma M_D = 0 \qquad 2.0\,EI\,\varphi_D + 0{,}6\,EI\,\varphi_E - 6.0 = 0$$

$$\Sigma M_E = 0 \qquad 0{,}6.EI\,\varphi_D \quad 4{,}3\,EI\,\varphi_E - 6.0 = 0$$

$$\varphi_D = 2{,}69417/EI$$

$$\varphi_E = 1.01342/EI$$

$$M_{AD} = \frac{2EI}{5}.(2*0 + \varphi_D) = 1.078$$

$$M_{DA} = \frac{2EI}{5}(2*\varphi_D + 0) = 2.155$$

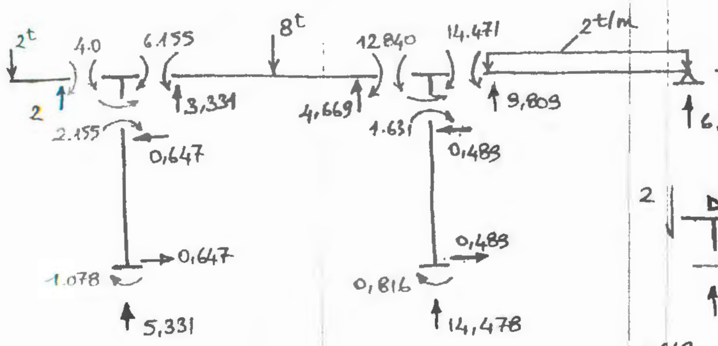
$$M_{DE} = \frac{3EI}{5}(2.\varphi_D + \varphi_E) - 10 = -6.155$$

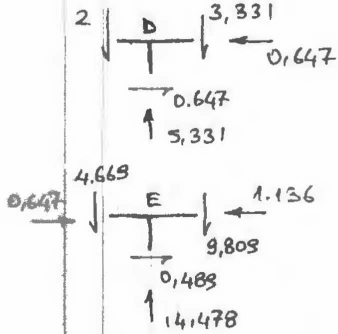
$$M_{ED} = \frac{3EI}{5}(2\varphi_E + \varphi_D) + 10 = 12.840$$

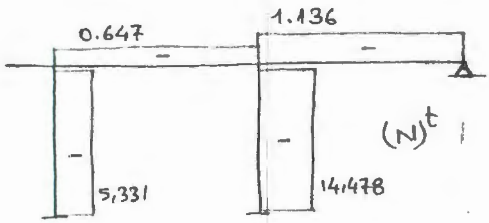
$$M_{EF} = \frac{3EI}{4}(2.\varphi_E + 0) - 16 = -14{,}471$$

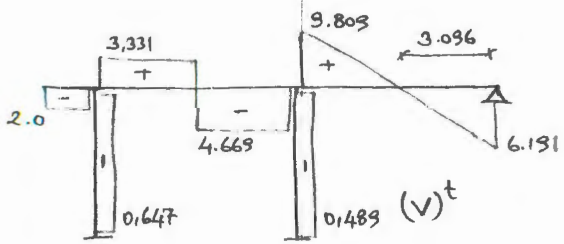
$$M_{EB} = \frac{4EI}{5}(2\varphi_E + 0) = 1{,}631$$

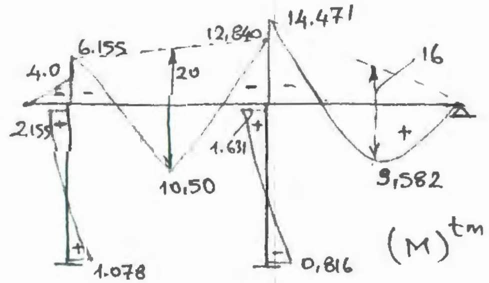
$$M_{BE} = \frac{4EI}{5}(2*0 + \varphi_E) = 0.816$$





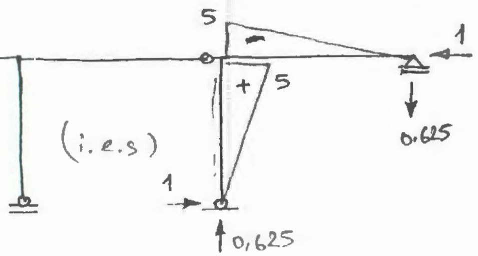






KAPALI STÜR.
DENK. KONT.

(i.e.s)



$\Sigma X = 0$ ✓

$\uparrow \Sigma Y =$

$5{,}331 + 14{,}478 + 6.191 - 2 - 8 - 2*8 = 0.0$ ✓

$\curvearrowleft \Sigma M_A$

$1.078 - 2*2 + 8.5 + 0{,}816 + 2*8*14 - 14{,}478*10 - 6.191*18 = -0{,}004$

$\cong 0.00$ ✓

$I_c = 12I$

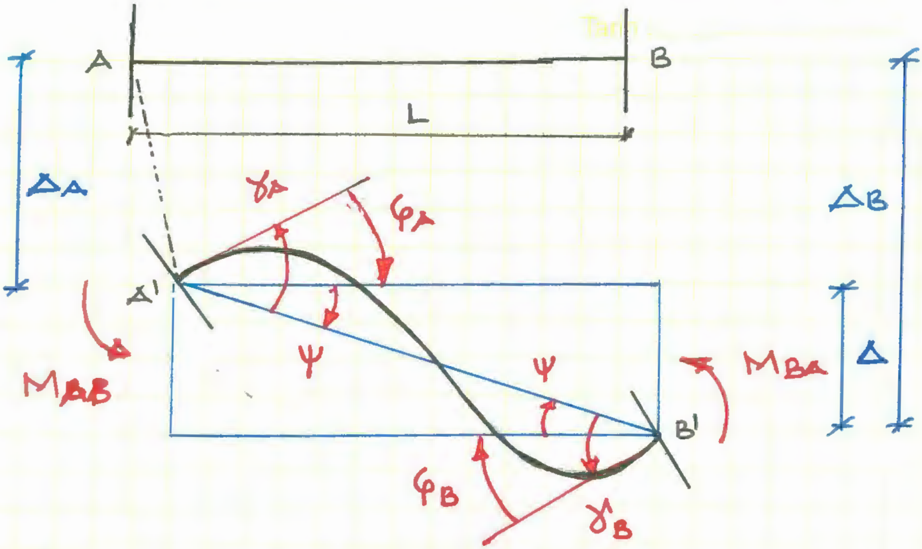
$EI_c\delta_F = +\frac{1}{3}.8.5.14{,}471[3]$

$+\frac{1}{3}.8.5.16\,[3]$

$+\frac{1}{6}.5.5.(-0{,}816+2*1{,}631)[4]$

$= -0.01 \cong 0$

$EI\delta_F = -0.00083 \cong 0.0$



$$\gamma_A = \varphi_A + \psi$$

$$\gamma_B = \varphi_B + \psi$$

$$M_{AB} = k\,(2\gamma_A + \gamma_B) + \overline{M_{AB}}$$

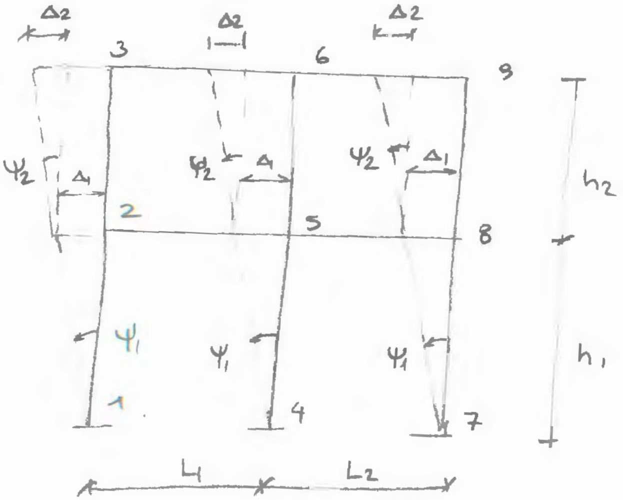
$$M_{AB} = k\,(2\varphi_A + \varphi_B + 3\psi) + \overline{M_{AB}}$$

$$M_{BA} = k\,(\varphi_A + 2\varphi_B + 3\psi) + \overline{M_{BA}}$$

Bir uç mafsallı diğer uç elastik ankastre ise

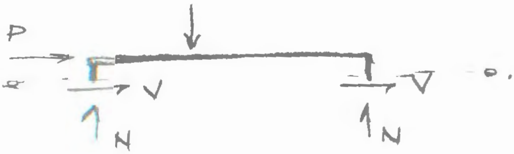
$$M_{AB} = k_g\,(2\varphi_A + 2\psi) + \overline{M_{AB}}$$

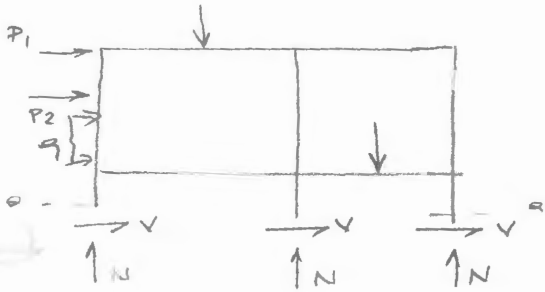
alınır.



$$\psi_1 = \frac{\Delta_1}{h_1}$$

$$\psi_2 = \frac{\Delta_2}{h_2}$$





$$\Sigma H = 0 \rightarrow$$

$$\Sigma P + \Sigma q + \Sigma V = 0$$

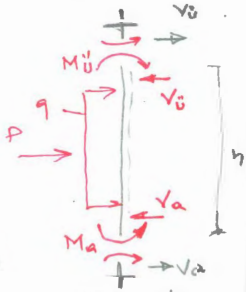
Soldan sağa etkiyen P, q, V nin işareti (+) alınmıştır.

$$V = V_0 + \frac{M_{ü} + M_a}{h}$$

$$\Sigma V = \Sigma V_0 + \Sigma \frac{M_{ü} + M_a}{h}$$

$$\Sigma P + \Sigma q + \Sigma V_0 + \Sigma \frac{M_{ü} + M_a}{h} = 0$$

$$(\Sigma P + \Sigma q + \Sigma V_0) \cdot h + \Sigma (M_{ü} + M_a) = 0$$



Verilen kuvvetlerle reaksiyonlar (+) yönde

iki ucu elastik Ankastre

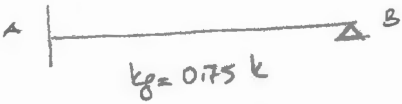
$$M_{AB} = k(2\varphi_A + \varphi_B + 3\psi_{AB}) + \overline{M}_{AB}$$

$$M_{BA} = k(2\varphi_B + \varphi_A + 3\psi_{AB}) + \overline{M}_{BA}$$

Bir ucu elastik diğer ucu tam ank.

$$M_{AB} = k(2\varphi_A + 3\psi_{AB}) + \overline{M}_{AB}$$

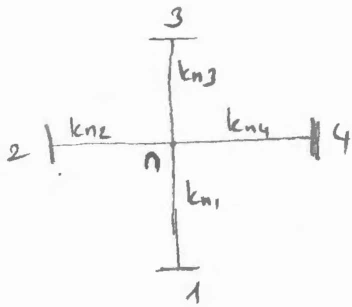
$$M_{BA} = k(\varphi_A + 3\psi_{AB}) + \overline{M}_{BA}$$

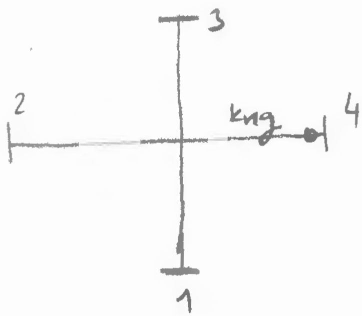


Bir ucu mafsallı diğer ucu elastik ankastre

$$M_{AB} = k_g(2\varphi_A + 2\psi_g) + \overline{M}_{AB}$$

Düğüm noktaları Denge Denklemleri





$\Sigma M_n = 0$

$$\varphi_n \; 2\sum k_{ni} + \sum k_{ni}\varphi_i + \sum 3k_{ni}\psi_{ni} + \sum \overline{M}_{ni} = 0$$

$$(M_ü + M_a) = k\,(2\varphi_ü + \varphi_a + 3\psi) + \bar{M}_ü + k\,(2\varphi_a + \varphi_ü + 3\psi) + \bar{M}_a$$

$$= 3k\varphi_ü + 3k\varphi_a + 6k\psi + (\bar{M}_ü + \bar{M}_a)$$

şeklinde elde edilir. Kesimdeki tüm momentler toplamı

$$\Sigma(M_ü + M_a) = \Sigma\, 3k\varphi_ü + \Sigma\, 3k\varphi_a + \Sigma\, 6k\psi + \Sigma(\bar{M}_ü + \bar{M}_a)$$

yukarıdaki denklemde yerine yazılırsa

$$\Sigma\, 3k\varphi_ü + \Sigma\, 3k\varphi_a + \Sigma\, 6k\psi + (\Sigma P + \Sigma q + \Sigma V_o)h + \Sigma(\bar{M}_ü + \bar{M}_a) = 0$$

$$S_n = (\Sigma P + \Sigma q + \Sigma V_o)h + \Sigma(\bar{M}_ü + \bar{M}_a)$$ olunursa

Kesme kuvveti denge denklemi

$$\Sigma\, 3k\varphi_ü + \Sigma\, 3k\varphi_a + \Sigma\, 6k\psi + S_n = 0$$

bir ucu mafsallı elemanlar var ise

$$(M_ü + M_a) = \Sigma\, k_g\,(2\varphi_ü + 2\psi) + M'$$ olunur.

$$S_n = (\Sigma P + \Sigma q + \Sigma_n V_o)h_n + \Sigma_n(\bar{M}_ü + \bar{M}_a) + \Sigma_n M'_g$$

olunur.

$$d_n \varphi_n + \Sigma k_{ni} \varphi_i + \Sigma 3 k_{ni} \psi_{ni} + S_n = 0$$

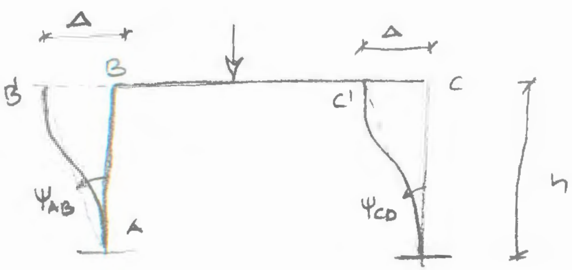
Mafsal n düğümüne komşu ise

$$M_{ng} = k_{ng} (2 \varphi_n + 2 \psi_{ng}) + M'_{ng} \qquad d_n = 2 \Sigma (k_{ni} + k_{ng})$$

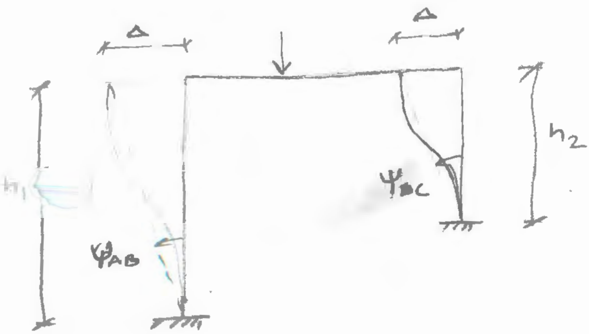
n. düğümü için $\qquad S_n = \Sigma \overline{M}_{ni} + \Sigma M'_{ng}$

$$d_n \varphi_n + \Sigma k_{ni} \varphi_i + \Sigma 3 k_{ni} \psi_{ni} + \Sigma 2 k_{ng} \cdot \psi_{ng} + S_n = 0$$

Kesme kuvveti denge denklemi

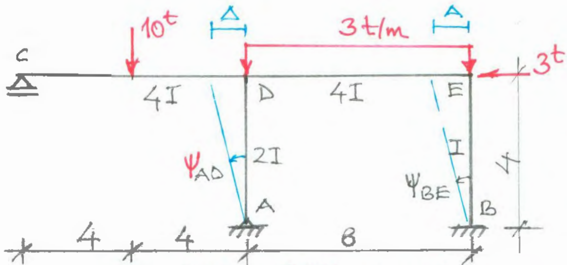


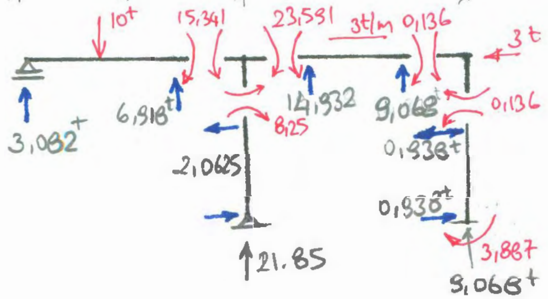
$$\psi_{AB} = \psi_{CD} = \frac{\Delta}{h}$$



$$\psi_{AB} = \frac{\Delta}{h_1} \qquad \psi_{CD} = \frac{\Delta}{h_2}$$

$$\psi_{CD} = \frac{h_1}{h_2} \cdot \psi_{AB}$$





D. Noktaları Hareketli

Bilinmeyenler

φ_D , φ_E , $\psi_{AD} = \psi_{BE} = \psi$

Çubuk Sabitleri

$k_{AD} = \frac{3}{4} \cdot 2 \frac{E2I}{4} = 0,75EI$

$k_{CD} = \frac{3}{4} 2 \frac{E4I}{8} = 0,75EI$

$k_{DE} = 2 \frac{E4I}{8} = EI$

$k_{EB} = 2 \frac{EI}{4} = 0,5EI$

Diyagonal Terimleri

$d_D = 2(0,75+0,75+1)EI = 5EI$

$d_E = 2(EI+0,5EI) = 3EI$

Ankastrelik Momentleri

$M_{DC} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 8}{16} = 15^{tm}$

$M_{DE} = -M_{ED} = \frac{-3 \cdot 8^2}{12} = -16^{tm}$

Yük Terimleri

$S_D = 15-16 = -1^{tm}$

$S_E = 16^{tm}$

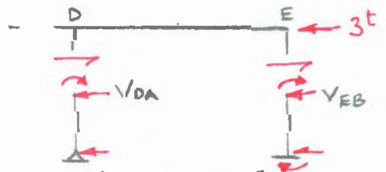
Düğüm noktası ve kesim denklemleri

$d_n \varphi_n + \Sigma k_{ni} \varphi_i + \Sigma 3 k_{ni} \psi_{ni} + \Sigma 2 k_{ni} \psi_{ni} + S_n = 0$

$\Sigma 3 k_i (\varphi_i + 2\psi) + \Sigma 2 k_j (\varphi_j + \psi) + S = 0$

$5EI \varphi_D + EI \varphi_E + 2 \cdot 0,75EI \psi - 1 = 0$

$EI \varphi_D + 3EI \varphi_E + 3 \cdot 0,5EI \psi + 16 = 0$



$V_{DA} = [0,75EI(2\varphi_D + 2\psi) + 0]/4$

$V_{EB} = \left[\frac{0,5EI(2\varphi_E + 3\psi) + 0 + 0,5EI(\varphi_E + 3\psi)}{4}\right]$

$\Sigma H = 0$

$1,5EI \varphi_D + 1,5EI \varphi_E + 4,5EI \psi - 3 \cdot 4 = 0$

$\varphi_D = 0,227/EI$

$\varphi_E = -8,045/EI$

$\psi = 5,273/EI$

$M_{DC} = 0,75EI(2 \cdot \varphi_D) + 15 = 15,341^{tm}$

$M_{DA} = 0,75EI(2\varphi_D + 2\psi) + 0 = 8,25^{tm}$

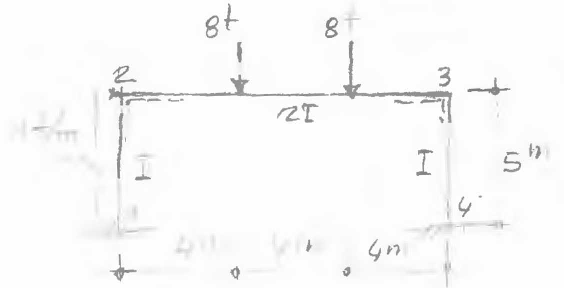
$M_{DE} = EI(2\varphi_D + \varphi_E) - 16 = -23,591^{tm}$

$M_{ED} = EI(\varphi_D + 2\varphi_E) + 16 = 0,136^{tm}$

$M_{EB} = 0,5EI(2\varphi_E + 3\psi) + 0 = -0,136^{tm}$

$M_{BE} = 0,5EI(\varphi_E + 3\psi) + 0 = 3,887^{tm}$

ÖRNEK – Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen çerçeveyi Yerdeğiştirme Bilinmeyenleri / Açı Yöntemiyle çözerek kesit tesirlerini çiziniz.



ÇÖZÜM:

* Düğüm noktaları hareketli olan sisteminde:

bilinmeyenler $\varphi_2, \varphi_3, \psi$

* Çubuk sabitleri

$$k_{12}=k_{34}=\frac{2EI}{5}$$

$$k_{23}=\frac{2E(2I)}{12}=\frac{EI}{3}$$

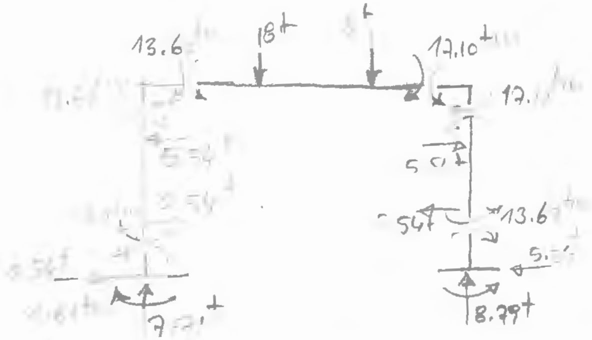
* Diyagonal terimler

$$d_2=d_3=2\left(\frac{2EI}{5}+\frac{EI}{3}\right)=\frac{22EI}{15}$$

* Ankastrelik momentleri

$$\overline{M}_{12}=-M_{21}=-\frac{ql^2}{12}=-\frac{1\cdot 5^2}{12}=2{,}083\ tm$$

$$\overline{M}_{23}=-M_{32}=-\frac{2PL}{9}=-\frac{2\cdot 8\cdot 12}{9}=-21{,}33\ tm$$



Çubuk uç kuvvetleri
Kesit Zorlamaları

* Yük terimleri: $S_2=2.083-21.333=-19.25$ tm

$S_3=+21.33$ tm

* Düğüm noktaları denge denklemleri

$$\sum M_i=0 \qquad d_{ii}\varphi_i+\sum k_{ij}\varphi_j+\sum 3k_{ij}\psi_{ij}+S_i=0$$

$$\sum M_2=0 \qquad \frac{22EI}{15}\varphi_2+\frac{EI}{3}\varphi_3-3\cdot\frac{2EI}{5}\psi-19.25=0 \quad (1)$$

$$\sum M_3=0 \qquad \frac{EI}{3}\varphi_2+\frac{22EI}{15}\varphi_3-3\cdot\frac{2EI}{5}\psi+21.33=0 \quad (2)$$

* Kesme kuvveti denklemi: $\Sigma 3k_{ii}(\varphi_{ii}+2\psi)+S_{ii}=0$ olup
yük terimi $S_i = h_n \Sigma T_0 = 5\times\frac{1\times5}{2} = 12.5$ tm dir

$$\Sigma H = 0 \rightarrow 3\times\frac{2EI}{5}\varphi_2 + 3\times\frac{2EI}{5}\varphi_3 - 12\times\frac{2EI}{5}\psi + 12.5 = 0 \quad (3)$$

Denklemlerin ortak çözümünde

$\varphi_2 = +19.640/EI$; $\varphi_3 = -16.165/EI$; $\psi = -3.473/EI$ bulunur

* Çubuk uç momentleri: $M_{ni} = k_{ni}(2\varphi_n + \varphi_i + 3\psi) + \bar{M}_{ni}$

$$M_{12} = \frac{2EI}{5}\left(+\frac{19.640}{EI} - 3\times\frac{3.473}{EI}\right) - 2.083 = +1.605 \text{ tm}$$

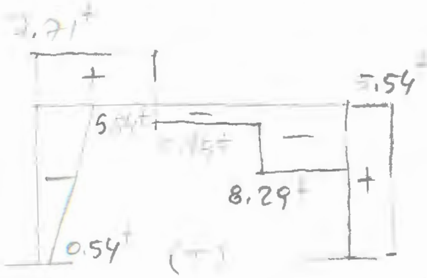
(2)
$$\left.\begin{aligned} M_{21} &= \frac{2EI}{5}\left(2\times\frac{19.640}{EI} - 3\times\frac{3.473}{EI}\right) + 2.083 = +13.6 \text{ tm} \\ M_{23} &= \frac{EI}{3}\left(2\times\frac{19.640}{EI} - \frac{16.165}{EI}\right) - 21.333 = -13.6 \text{ tm} \end{aligned}\right\} \Sigma M_2 = 0$$

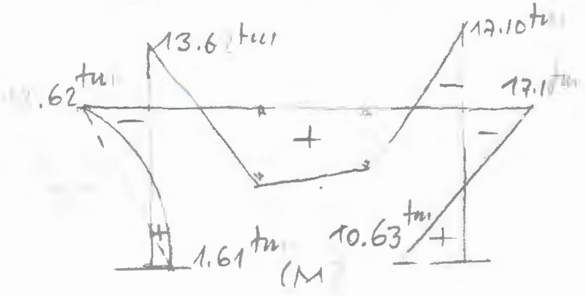
(3)
$$M_{32} = \frac{EI}{3}\left(-2\times\frac{16.165}{EI} + \frac{19.640}{EI}\right) + 21.333 = +17.1 \text{ tm}$$

$$M_{34} = \frac{2EI}{5}\left(-2\times\frac{16.165}{EI} - 3\times\frac{3.473}{EI}\right) = -17.1 \text{ tm}$$

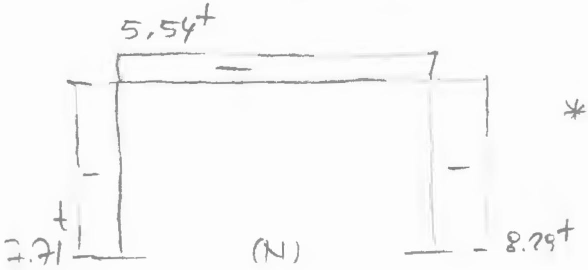
$\Sigma M_3 = 0$

$$M_{43} = \frac{2EI}{5}\left(-\frac{16.165}{EI} - 3\times\frac{3.473}{EI}\right) = -10.634 \text{ tm dir.}$$





* Çubuk uç kuvvetleriyle mesnet reaksiyonları ve kesit tesirleri diğ şekillerde verilmiştir.

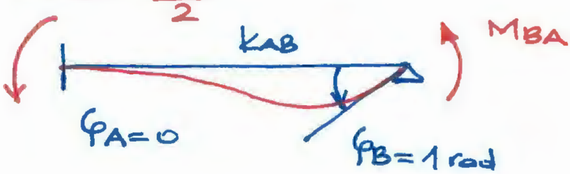


* Denge denk. kontrolü;

$\Sigma X_i = 0$
$\Sigma Y_i = 0$
$\Sigma M_i = 0$
} dir

CROSS – MOMENT DAGITMA

$$M_{AB} = \frac{M_{BA}}{2}$$



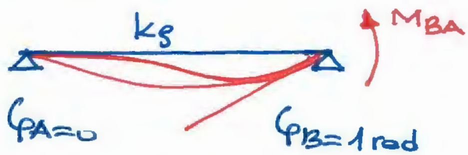
$$k_{AB} = \frac{2EI}{L}$$

$$M_{AB} = k_{AB}\,(\varphi_B)$$

$\varphi_B = 1$ rad $\qquad r = M_{BA} = \dfrac{4EI}{L}$

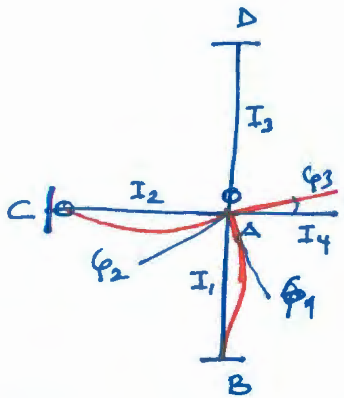
$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}\,\varphi_B$$

$$M_{BA} = \frac{4EI}{L}\,\varphi_B$$



$$M_{BA} = \frac{3EI}{L}\,\varphi_B$$

$$r_g = 0{,}75 \cdot \frac{4EI}{L}$$



$$\varphi_{AB} = M_{AB} \cdot \frac{L_1}{4EI_1}$$

$$\varphi_{AC} = M_{AC} \cdot \frac{L_2}{3EI_1}$$

$$\varphi_{AD} = 0$$

$$\varphi_{AE}$$

$$\varphi_{AB} = \varphi_{AC} = \varphi_{AE}$$

$$M_{AB} \cdot \frac{L_1}{4EI_1} = M_{AC} \cdot \frac{L_2}{3EI_2}$$

$$r_1 = \frac{4EI_1}{L_1}$$

$$r_2 = \frac{3EI_1}{L_2}$$

$$\frac{M_{AB}}{r_1} = \frac{M_{AC}}{r_2} = \frac{\Sigma M}{\Sigma r}$$

$$\mu = \frac{r_1}{\Sigma r}$$ dağıtma katsayısı

$$M_{AB} = \frac{r_1}{\Sigma r} \cdot \Sigma M \qquad M_i = \mu_i \cdot \Sigma M$$

İşaret

Çubuğu saat ibresi zıddı çeviren moment pozitiftir.

İŞLEM BASAMAKLARI (D.N. sabit)

1- Düğüm noktalarının sabit olup olmadığı araştırılır.

2- Momentini bilmediğimiz düğüm noktaları yani moment dengelenecek düğümler belirlenir.

3- Çubuk rediörleri belirlenir.

$r = \frac{I}{L}$ (iki uç ank.) $r = \frac{3}{4}\frac{I}{L}$ (bir uç mafsal)

4- Her bir düğümde dağıtma katsayıları hesaplanır.

$\mu_i = \frac{r_i}{\Sigma r}$ $\Sigma \mu = 1.0$ (Her bir düğümde)

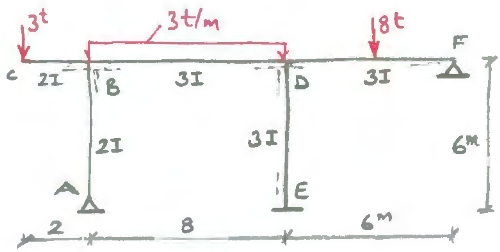
5- Ankastrelik uç momentleri hesaplanır.

6- Cross sistem şemasında Ank. momentleri ve dağıtma katsayıları hesaplanır.

7- Düğümlerde dengeyi bozan fazla momentler ters işaretle dağıtma katsayıları oranında dağıtılır. ~~Karşı~~ Karşı ankastre düğüme dengelenen momentin yarısı iletilir.

8- Dengelenecek fazla moment değerleri belli bir mertebede 0.001, 0.01 gibi küçülünceye kadar dengelemeye devam edilir.

9- Çubuk ucundaki tüm momentler işaretleri de göz önüne alınarak toplanır. Toplam çubuk ucundaki Cross işaret kuralına göre netice momenti verir.



ÇUBUK REDÖRLERİ

$$r_{AB} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2I}{6} = 0{,}25\,I$$

$$r_{BD} = \frac{3I}{8} = 0{,}375\,I$$

$$r_{DF} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3I}{6} = 0{,}375\,I$$

$$r_{DE} = \frac{3I}{6} = 0{,}50\,I$$

DAĞITMA KATSAYILARI

(B) Düğümü

$$\mu_{BA} = \frac{0{,}25\,I}{(0{,}25+0{,}375)I} = 0{,}40$$

$$\mu_{BD} = \frac{0{,}375\,I}{(\quad " \quad)} = 0{,}60$$

(D) Düğümü

$$\mu_{DB} = \frac{0{,}375\,I}{(0{,}375+0{,}375+0{,}50)I} = 0{,}30$$

$$\mu_{DF} = \frac{0{,}375\,I}{(\quad " \quad)} = 0{,}30$$

$$\mu_{DE} = \frac{0{,}50\,I}{(\quad " \quad)} = 0{,}40$$

ANKASTRELİK MOMENTLERİ

$$M_{BC} = -3 * 2 = -6\ tm$$

$$M_{BD} = -M_{DB} = \frac{3 \cdot 8^2}{12} = 16\ tm$$

$$M_{DE} = \frac{3}{16} \cdot 8 * 6 = 9\ tm$$

KONTROL

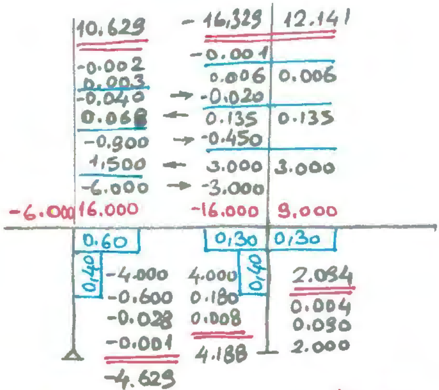
$$\Sigma X = 0{,}772 - 1{,}022 + 0{,}25 = 0$$

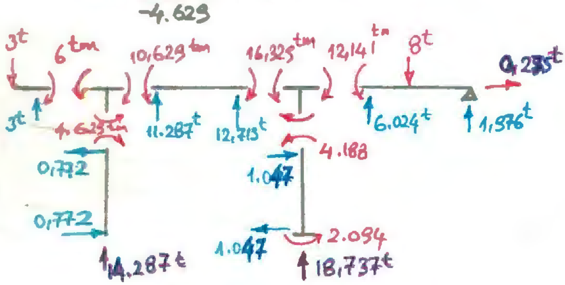
$$\Sigma Y = 14{,}287 + 18{,}737 + 1{,}976 - 35 = 0$$

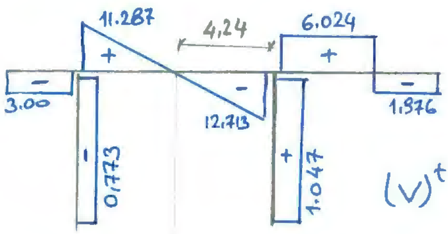
$$\Sigma M_A = 0$$

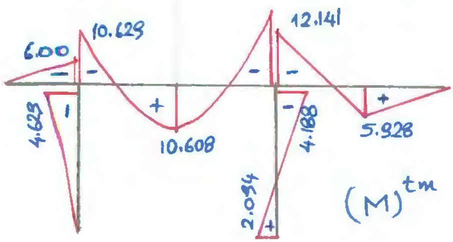
$$3*2 + 18{,}737*8 + 1{,}976*14 + 2{,}094$$

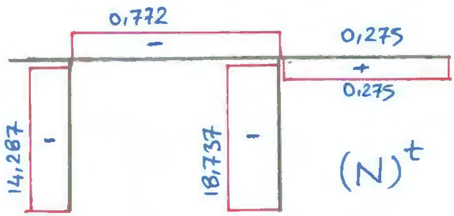
$$-0{,}25*6 - 3*8*4 - 8*11 = 0{,}004$$



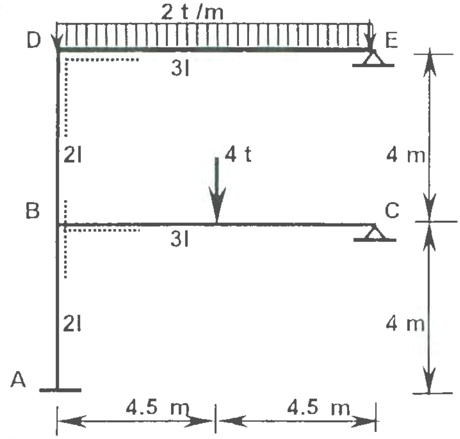








SORU 3:
25p



Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi CROSS yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.

Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

Düğüm noktaları Sabit

Den. Düğümler B, D

$r_{AB} = \frac{2I}{4} = 0{,}5I$

$r_{BD} = \frac{2I}{4} = 0{,}5I$

$r_{BC} = r_{DE} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3I}{9} = 0{,}25I$

(B) $\mu_{BA} = \frac{0{,}5}{1{,}25} = 0{,}4$

$\mu_{BD} = 0{,}4$

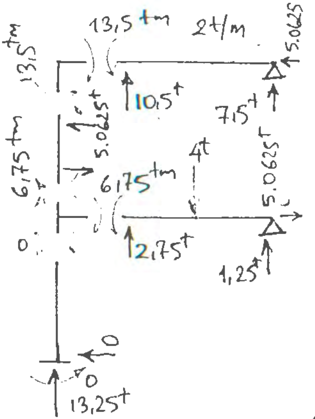
$\mu_{BC} = 0{,}2$

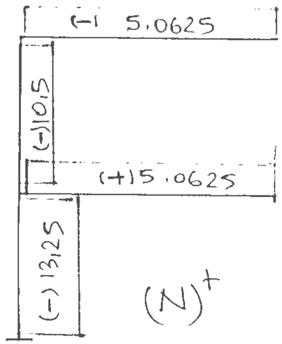
(D) $\mu_{DB} = \frac{0{,}5}{0{,}75} = 0{,}667$

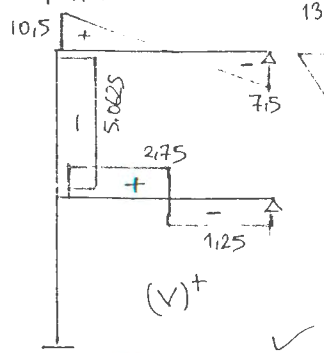
$\mu_{DE} = 0{,}333$

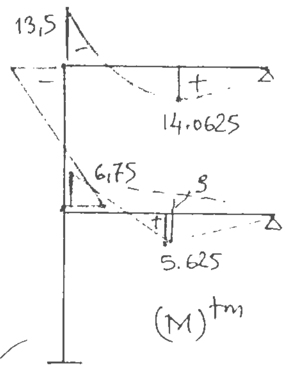
$\bar{M}_{DE} = \frac{2 \times 9^2}{8} = 20{,}25^{tm}$

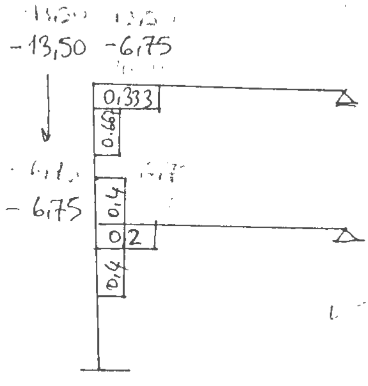
$\bar{M}_{BC} = \frac{3}{16} \cdot 4 \times 9 = 6{,}75^{tm}$



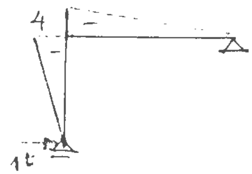








ΣX=0 ΣY=0 ΣM_A=0



KONTROL 2 KSD

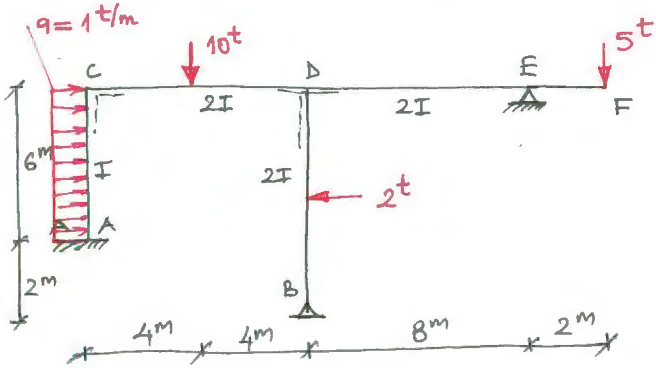
$I_c = 6I$

$EI_c \delta_A^H = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 6{,}75 \cdot 4\,[2]$

$- \frac{1}{6} \cdot 9 \cdot 4 \cdot 9 \cdot (1{,}5)k\,[2]$

$= 162 - 162 = 0$

Ölçü ve yükleme durumu verilen çerçeveyi moment dağıtma / cross yöntemiyle çözerek kesit kuvveti diy. çiziniz.



ÇUBUK REDÖRLERİ

$$r_{AC} = \frac{I}{6}$$

$$r_{CD} = \frac{2I}{8} = \frac{I}{4}$$

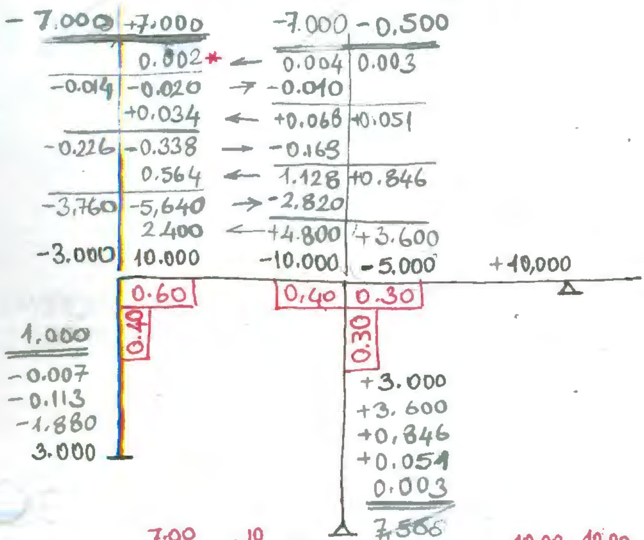
$$r_{DE} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2I}{8} = \frac{3I}{16}$$

$$r_{DB} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2I}{8} = \frac{3I}{16}$$

DAĞITMA KATSAYILARI

$$C \begin{cases} \mu_{CA} = \dfrac{I/6}{(I/6 + \frac{I}{4})} = 0{,}40 \\ \mu_{CD} = \dfrac{I/4}{(\quad)} = 0{,}60 \end{cases}$$

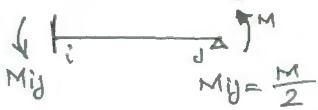
$$D \begin{cases} \mu_{DC} = \dfrac{I/4}{(I/4 + \frac{3I}{16} \times 2)} = 0{,}40 \\ \mu_{DE} = \dfrac{3I/16}{(\quad)} = 0{,}30 \\ \mu_{DB} = 0{,}30 \end{cases}$$



ANKASTRELİK MOM.

$$M_{AC} = -M_{CA} = \frac{q.L^2}{12} = 3^{tm}$$

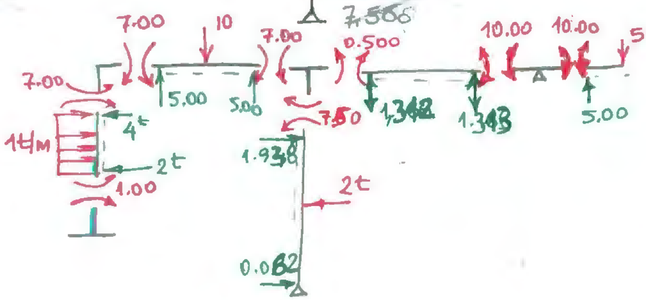
$$M_{CD} = -M_{DC} = \frac{P.L}{8} = 10^{tm}$$

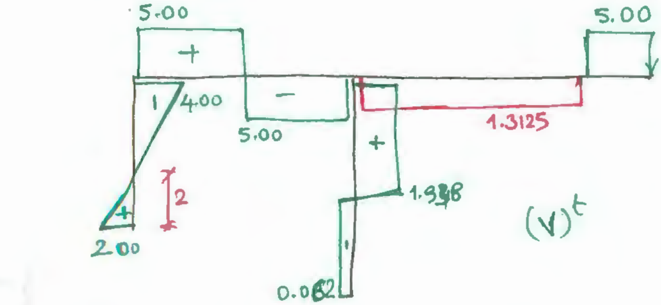


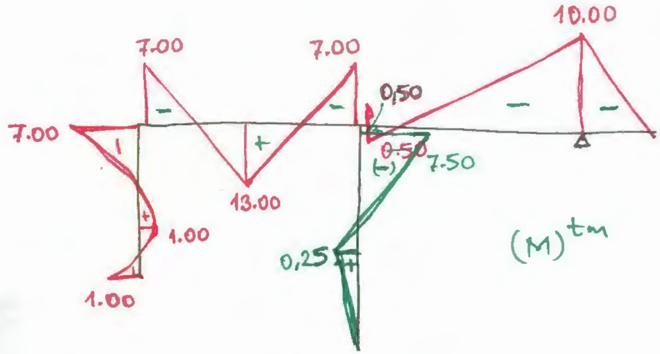
$$M_{ij} = \frac{M}{2}$$

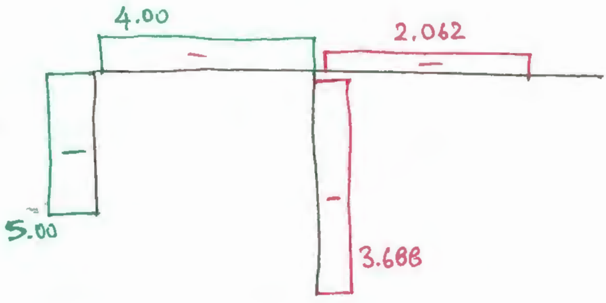
$$M_{DE} = -\frac{10}{2} = -5^{tm}$$

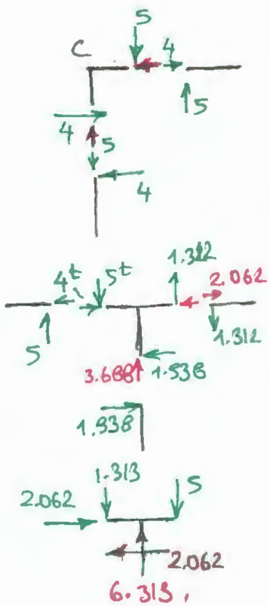
$$M_{DB} = \frac{3}{16}.P.L = 3^{tm}$$









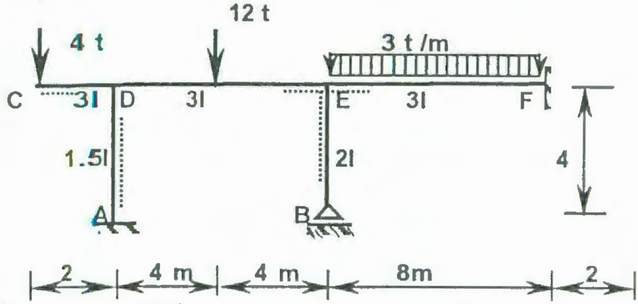


$$\Sigma Y = 5.00 + 3.688 + 6.313 - 10 - 5 \cong 0.00$$

$$\Sigma X = 2 - 0.062 + 2.062 + 2 - 1 * 6 = 0.00$$

$$\Sigma M_A = -1.00 + 1 * 6 * 3 + 10 * 4 - 2 * 2 - 6.313 * 16$$
$$- 2.062 * 6 - 3.688 * 8 - 0.062 * 2 + 5 * 16$$
$$= 0.008 \cong 0$$

SORU 3: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi CROSS yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.
25p



Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

Dağıtım Noktaları Sabit

Deng. Dağıtımlar D ve E

Çubuk redörleri

$r_{AD} = \frac{1,5\,I}{4} = 0,375\,I$

$r_{DE} = r_{EF} = \frac{3I}{8} = 0,375\,I$

$r_{EB} = 0 \qquad r_{CD} = 0$

Dağıtma Katsayıları

(D) $\mu_{DA} = \mu_{DE} = 0,5$

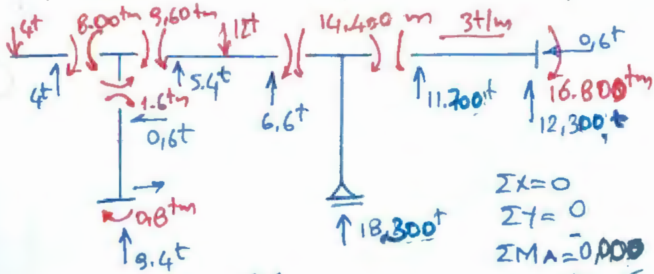
E $\mu_{ED} = \mu_{EF} = 0,5$

Ankastrelik Momentleri

$M_{DC} = -8^{tm}$

$M_{DE} = -M_{ED} = \frac{12 \times 8}{8} = 12^{tm}$

$M_{EF} = -M_{FE} = \frac{3 \times 8^2}{12} = 16^{tm}$

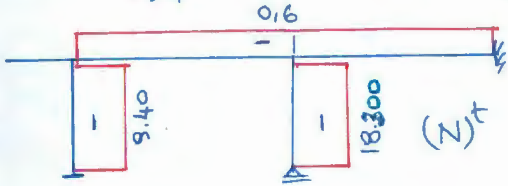


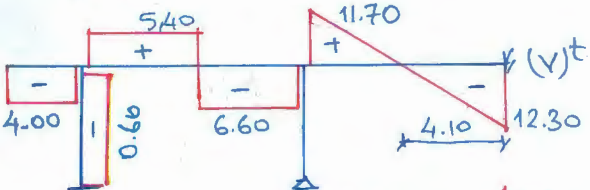
$\Sigma X = 0$

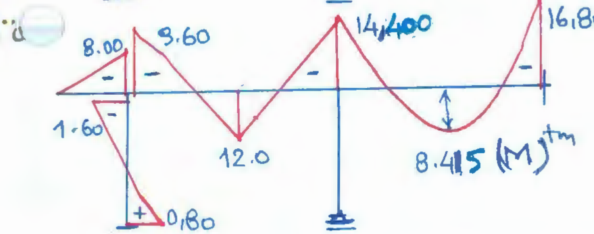
$\Sigma Y = 0$

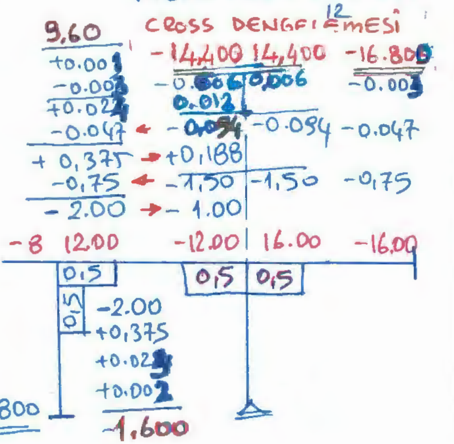
$\Sigma M_A = 0,000$

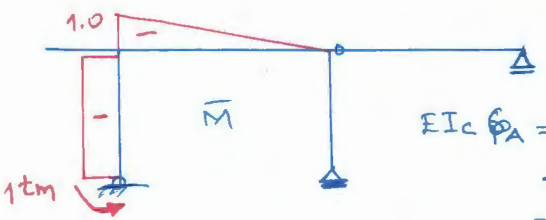
$\cong 0$ ✓











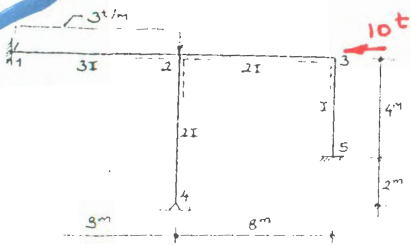
KSD. KONTROLÜ $\quad I_c = 6I$

$$EI_c\,\varphi_A = -\frac{1}{2}\cdot 4.1\times(0,8-1,6)\cdot[4] - \frac{1}{6}\cdot 8(1,5)\cdot 1.24\,[2]$$

$$+\frac{1}{6}\cdot 8.1\,(2\times 9,60 + 14,395]\cdot[2]$$

$$= 96 + 95,987 = -0.013 \qquad r_h = 1,4\times 10^{-4}$$

SORU 4 – Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen çerçeveyi moment dağıtma / Cross yöntemiyle çözerek kesit kuvveti diyagramlarını çiziniz.



Çözüm :

Düğüm noktaları sabit olan sistemde.

* Çubuk r değerleri

$r_{12} = \frac{3I}{9} = \frac{I}{3}$; $r_{23} = \frac{2I}{8} = \frac{I}{4}$

$r_{24} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2I}{6} = \frac{I}{4}$; $r_{35} = \frac{I}{4}$

* Dağıtma katsayıları

② $\mu_{21} = \frac{I/3}{\frac{I}{3}+\frac{I}{4}+\frac{I}{4}} = 0.40$

$\mu_{23} = \frac{I/4}{(\quad " \quad)} = 0.30$

$\mu_{24} = \quad " \quad = 0.30$

$\Sigma\mu = 1.00$

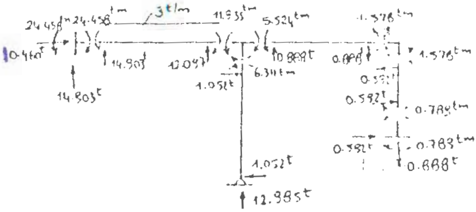
③ $\mu_{32} = \frac{I/4}{I/4 + I/4} = 0.50$

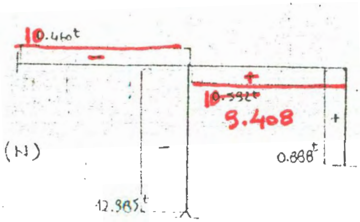
$\mu_{35} = \quad = 0.50$

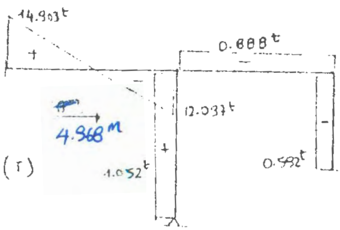
$\Sigma\mu = 1.00$

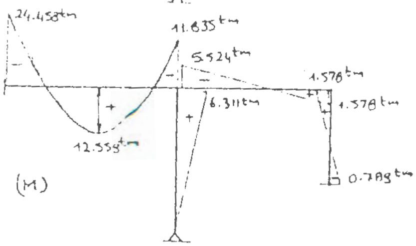
* Ankastrelik momentleri

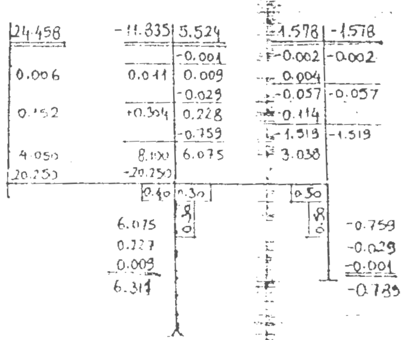
$M_{12} = -M_{21} = \frac{q \cdot l^2}{12} = \frac{3 \cdot 9^2}{12} = 20.25 \text{ tm}$











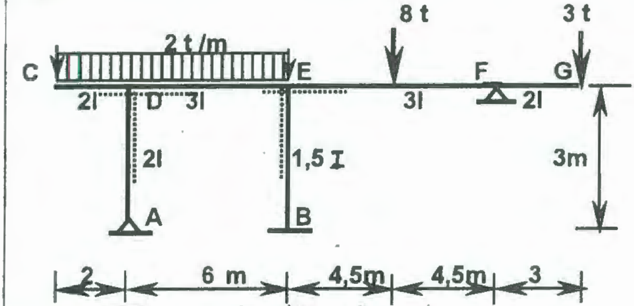
* Cross dengelemesi yapılarak bulunan uç momentleriyle, diğer uç kuvvetleri ve kesit kuvveti diyagramları şekillerde verilmiştir.

* KONTROL : $\Sigma X_i = 0$

$\Sigma Y_i = 0$

$\Sigma M_1 = 0$ bulunur.

SORU 3: 25p Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi CROSS yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz



Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

Düğüm noktaları Sabit

Dengelenecek düğümler D, E

ÇUBUK REDÖRLERİ

$k_{AD} = \frac{3}{4}\cdot\frac{2I}{3} = 0{,}5\,I$

$r_{DE} = \frac{3I}{6} = 0{,}5\,I$

$r_{EB} = \frac{1{,}5I}{3} = 0{,}5\,I$

$r_{EF} = \frac{3}{4}\cdot\frac{3I}{9} = 0{,}25\,I$

DAĞITMA KATSAYILARI

$\mu_{DA} = \mu_{DE} = 0{,}5$

$\mu_{ED} = \mu_{EB} = 0{,}4$

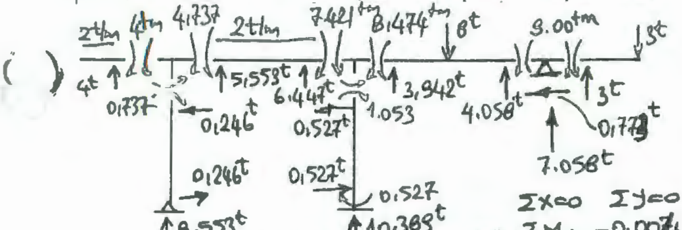
$\mu_{EF} = 0{,}2$

ANKASTRELİK MOM.

$M_{DE} = -M_{ED} = \frac{2\cdot 6^2}{12} = 6^{tm}$

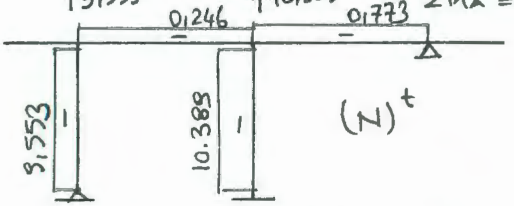
$\frac{3\cdot 8\cdot 9}{16} = 13{,}5 \qquad M_{EF} = 9^{tm}$

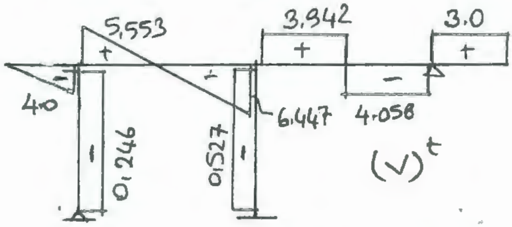
$M_{DC} = -4^{tm}$

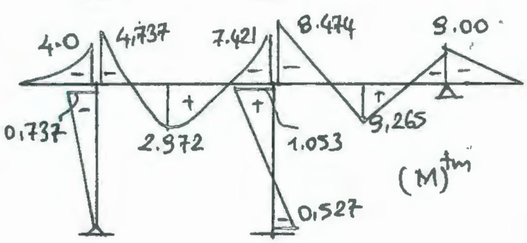


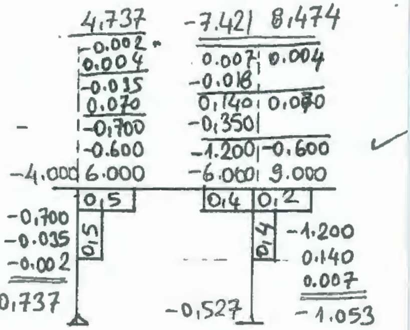
$\Sigma X \approx 0 \quad \Sigma Y \approx 0$

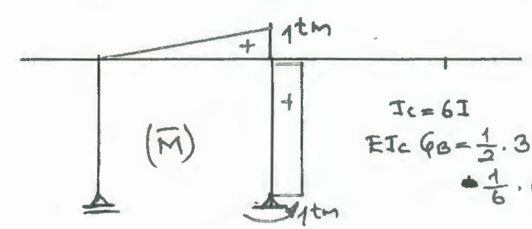
$\Sigma M_A = 0{,}004$









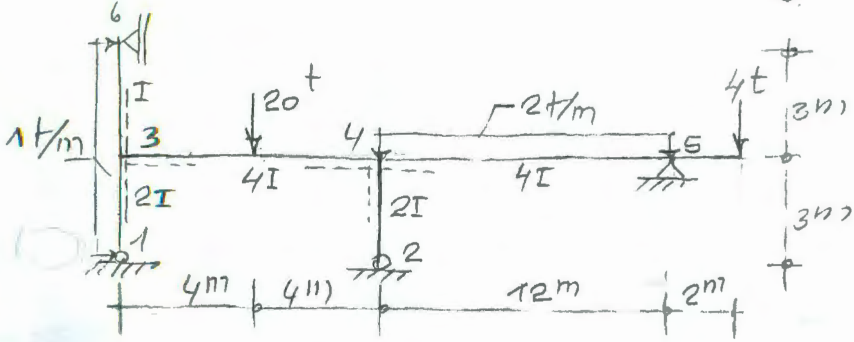


$I_c = 6I$

$EI_c\,\varphi_B = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1\cdot(1{,}053 - 0{,}527)[4] + \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 1\cdot 9\,[2] + \frac{1}{6}\cdot 6\cdot 1\,(4{,}737 + 7{,}421\times 2)[2] = 39{,}156 - 39{,}156 = -0.002$

$r_h = 5{,}1\times 10^{-5}$

ÖRNEK – Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen sistemi "Moment Dağıtma/Cross Yöntemi" ile çözerek kesit kuvveti diyag. çiziniz.



ÇÖZÜM : * D.N.S. Sistem; çözüm tek safhalı

* Çubuk rediörleri;

$r_{13} = r_{24} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2I}{3} = \frac{I}{2}$

$r_{36} = \frac{3}{4} \cdot \frac{I}{3} = \frac{I}{4}$

$r_{34} = \frac{4I}{8} = \frac{I}{2}$

$r_{45} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4I}{12} = \frac{I}{4}$

* Dağıtma katsayıları

③ $\begin{cases} \mu_{31} = \dfrac{I/2}{\frac{I}{2}+\frac{I}{4}+\frac{I}{2}} = 0.40 \\ \mu_{34} = \quad '' \quad = 0.40 \\ \mu_{36} = \dfrac{I/4}{(\quad)} = 0.20 \end{cases} \Sigma\mu = 1.0$

④ $\begin{cases} \mu_{43} = \dfrac{I/2}{\frac{I}{2}+\frac{I}{2}+\frac{I}{4}} = 0.40 \\ \mu_{42} = \quad '' \quad = 0.40 \\ \mu_{45} = \dfrac{I/4}{(\quad)} = 0.20 \end{cases} \Sigma\mu = 1.0$

Ank. Momentleri;

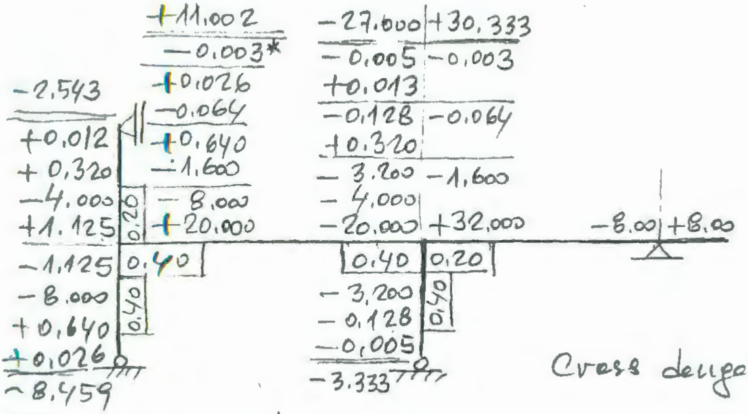
$M_{31} = -M_{36} = -\frac{qL^2}{8} = -\frac{1 \times 9}{8} = -1.125$ tm.

$M_{34} = -M_{43} = \frac{PL}{8} = \frac{20.8}{8} = 20$ tm.

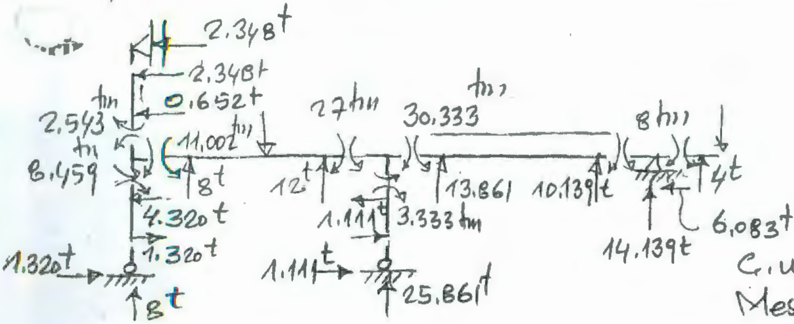
$M_{5k} = 4 \times 2 = 8$ tm ($M_{54} = -8$ tm.)

$M_{45} = \frac{qL^2}{8} - \frac{M_{5k}}{2} = \frac{2.144}{8} - \frac{8}{2} = 32$ tm.

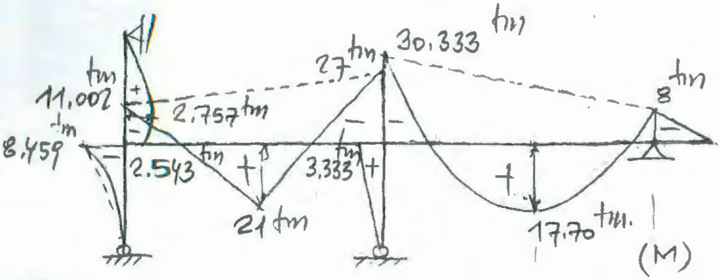
* Cross dengelemesi yapılarak uç momentleri buluruz.

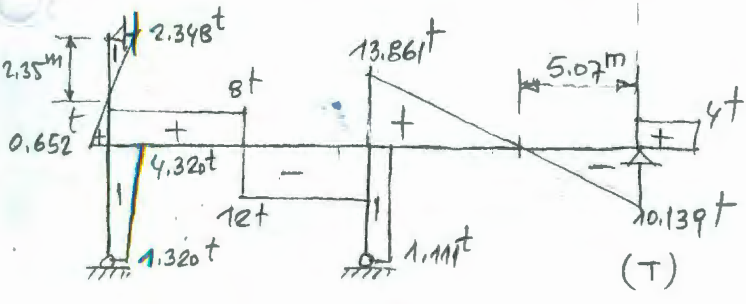


Cross dengelemesi

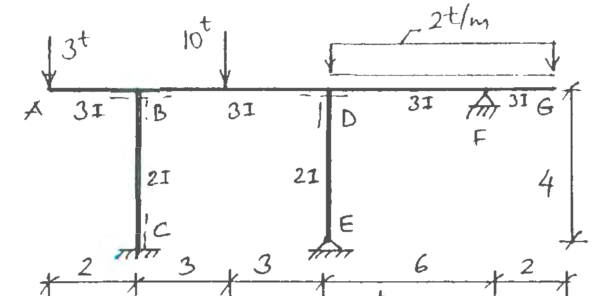


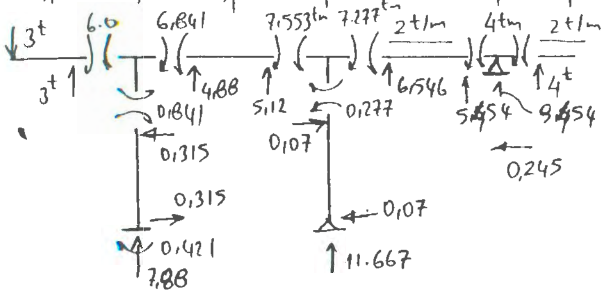
Çubuk kuvvetleri ve Mes. reaksiyonları





* D.D. Kont : $\Sigma x_i = 0$; $\Sigma y_i = 0$; $\Sigma M_1 = 0$ dır





redörler

$r_{BC} = \frac{2I}{4} = 0,5\, I$

$r_{BD} = \frac{3I}{6} = 0,5\, I$

$r_{DE} = \frac{3}{4}\cdot\frac{2I}{4} = 0,375\, I$

$r_{DF} = \frac{3}{4}\cdot\frac{3I}{6} = 0,375\, I$

Dağıtma katsayıları

$M_{BC} = 0,5 \quad M_{BD} = 0,5$

$M_{DB} = 0,4 \quad M_{DE} = M_{DF} = 0,3$

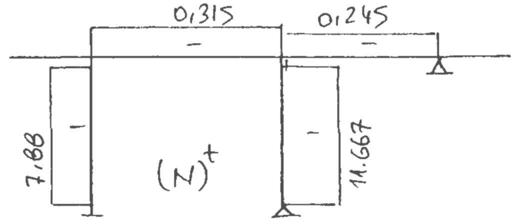
Ank. Mom.

$M_{BA} = -6^{tm}$

$M_{BD} = -M_{DB} = \frac{10*6}{8} = 7,5^{tm}$

2 4

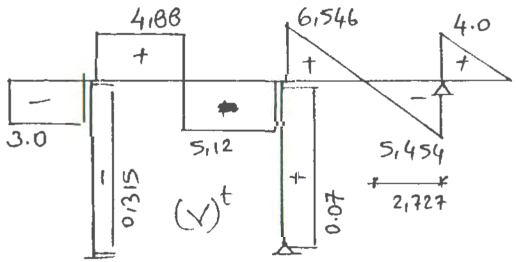
$\frac{2*6^2}{8} = 9 \qquad M_{DF} = 7^{tm}$

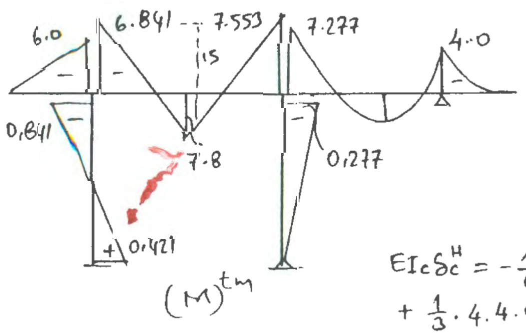


CROSS DENGELEMESİ

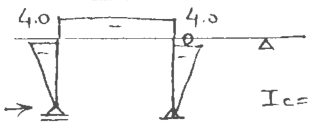
BA	BD	DB	DF
	6,841	-7,553	7.277
		0.001	0.001
	-0.005	-0.003	
	0.009	0.018	0.013
	-0.088	-0.044	
	0,175	0,35	0,263
	-0,1750	-0,375	
-6.00	7,500	-7,500	7.00
	0,5	0,4	0,3

BC	DE
0,5	0,3
-0,1750	0,263
-0.087	0.013
-0.004	0.001
-0,1841	0,1277
C: 0,42	





KONTROL $\Sigma X = 0 \quad \Sigma Y = 0 \quad \Sigma M_A = 0$



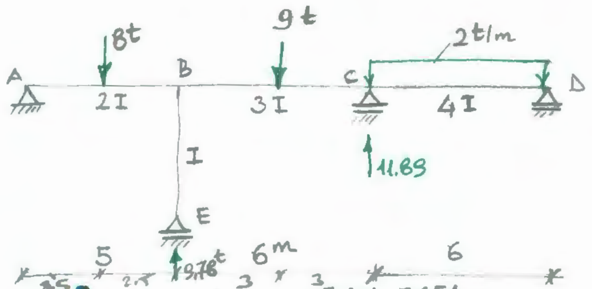
K.S.D

$I_c = 6I$

$$EI_c\delta_c^H = -\frac{1}{6}\cdot 4.4.(0,421-2*0,1841)\,[3] + \frac{1}{3}.4.4.0,277*[3] - \frac{1}{2}.6.4*15*[2] + \frac{1}{2}.6*4*(6,841+7,553)\,[2] = -349,912 + 349,888 = 0.024$$

r.h = 0.00007

ÖRNEK



GUBUK REDÖRLERİ

$$r_{AB} = \frac{3}{4} * \frac{2I}{5} = 0{,}3I$$

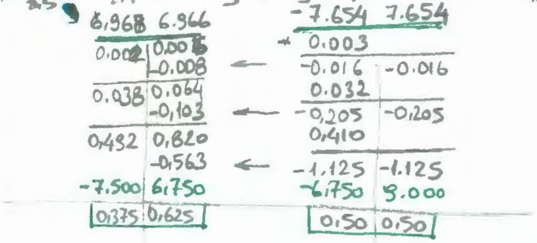
$$r_{BC} = \frac{3I}{6} = 0{,}5I$$

$$r_{CD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4I}{6} = 0{,}5I$$

DAGITMA KATSAYILARI

$$B\begin{cases} \mu_{BA} = \dfrac{0{,}3}{0{,}3+0{,}5} = 0{,}375 \\ \mu_{BC} = \dfrac{0{,}5}{0{,}8} = 0{,}625 \end{cases}$$

$$C\begin{cases} \mu_{CB} = \dfrac{0{,}5}{0{,}5+0{,}5} = 0{,}5 \\ \mu_{CD} = 0{,}5 \end{cases}$$

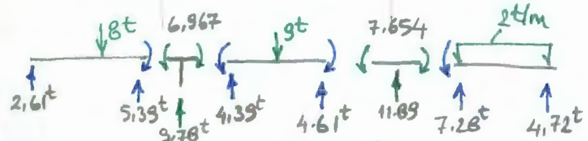


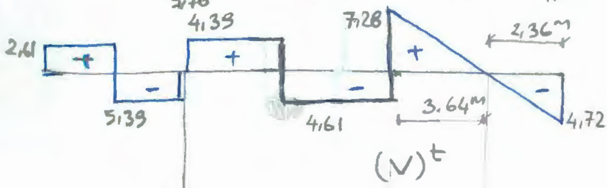
ANKASTRELİK MOMENT.

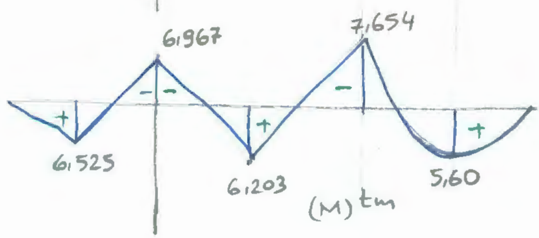
$$M_{BA} = -\frac{3}{16} * 8 * 5 = -7{,}5$$

$$M_{BC} = -M_{CB} = \frac{9 * 6}{8} = 6{,}75$$

$$M_{CD} = +\frac{2 * 6^2}{8} = 9^{tm}$$







$$2{,}61 * 2{,}5 = 6{,}525^{tm}$$

$$-6{,}967 + 4{,}39 * 3 = 6.203$$

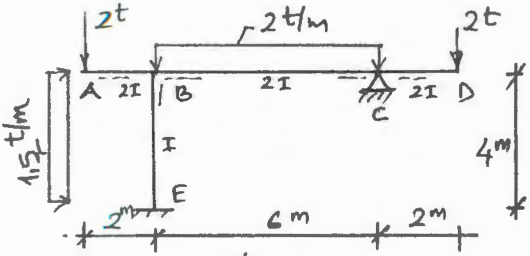
$$-7{,}654 + \frac{7{,}28 * 3{,}64}{2} = 5{,}60$$

$$\Sigma X = 0$$

$$\Sigma Y = 9{,}78 + 11{,}89 + 2{,}61 + 4{,}72 - 8 - 9 - 2*6 = 0$$

$$\Sigma M_A = 8 * 2{,}5 + 9 * 8 + 2 * 6 * 14 - 9{,}78 * 5 - 11{,}89 * 11 - 4{,}72 * 17 = 0.07 \cong 0.0$$

Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemin M ve V diy. çiziniz.



Çözüm.

Doğum noktaları sabit

redörler:

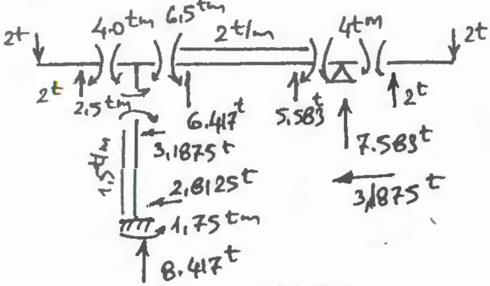
$r_{BE} = I/4 =$

$r_{BC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2I}{6} = \frac{I}{4}$

Dağıtma katsayıları

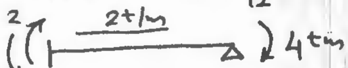
$\mu_{BE} = \frac{I/4}{I/4+I/4} = 0.5$ } 1.0

$\mu_{BC} = 0.5$



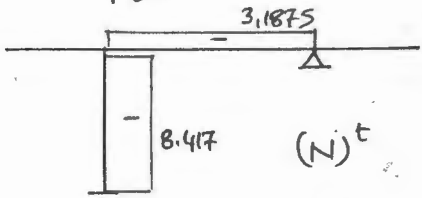
Ank. Momentleri

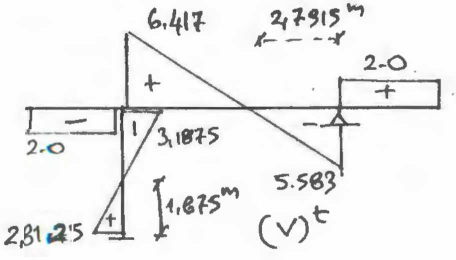
$M_{EB} = -M_{BE} = \frac{1.5 * 4^2}{12} = 2.0^{tm}$

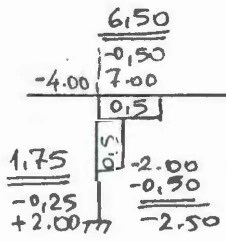


$\frac{2*6^2}{8} = 9$ $M_{BC} = 7^{tm}$

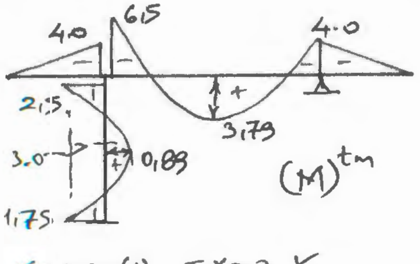
2t MBA $M_{BA} = -4^{tm}$







CROSS DENGELEMESİ

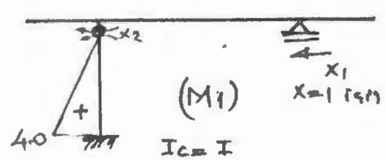


KONTROL(1) $\Sigma X = 0$ ✓

$\Sigma Y = 0$ ✓

$\Sigma M_E = 0.002 \cong 0$ ✓

KONTROL 2 (K.SD) 2° Hip

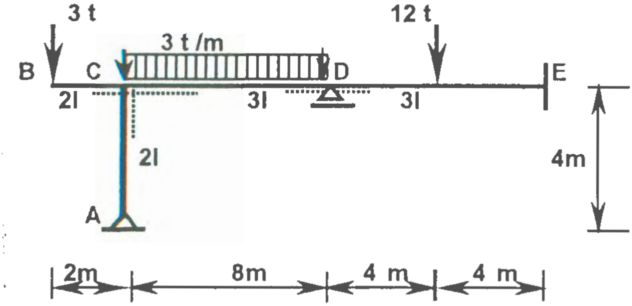


$I_c = I$

$EI_c \delta_1 = -\frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 4 (2*1,75 + 2,5) + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 * 3 = 0.00$ ✓

SORU 3: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi CROSS yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.

25p



Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

Düğüm noktaları sabit

D. Düğüm nok. C , D

REDÖRLER

$r_{AC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2I}{4} = 0,375$

$r_{CD} = \frac{3I}{8} = 0,375$

$r_{DE} = \frac{3I}{8} = 0,375$

DAĞITMA KATSAYILARI

$\mu_{CA} = \mu_{CD} = 0,50$

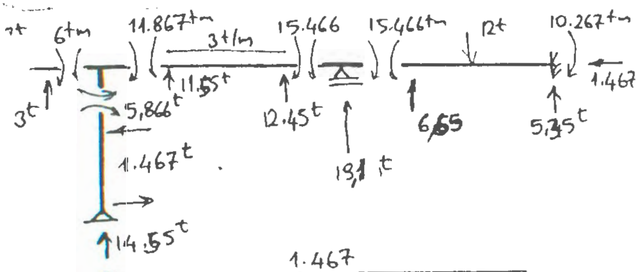
$\mu_{DC} = \mu_{DE} = 0,50$

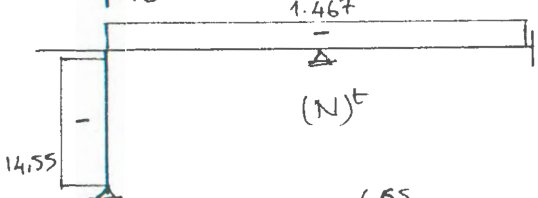
ANKASTRELİK MOM.

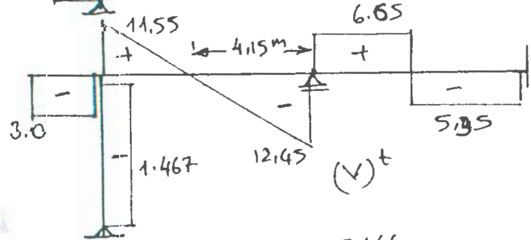
$M_{CB} = -3 * 2 = -6^{tm}$

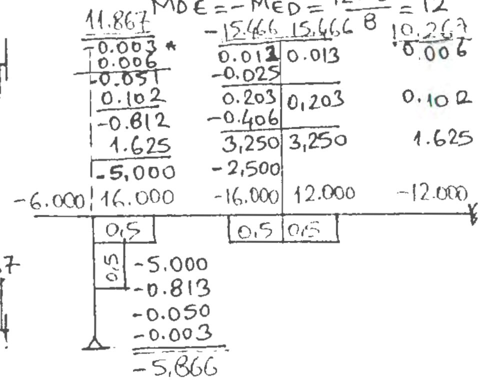
$M_{CD} = -M_{DC} = \frac{3*8^2}{12} = 16^{tm}$

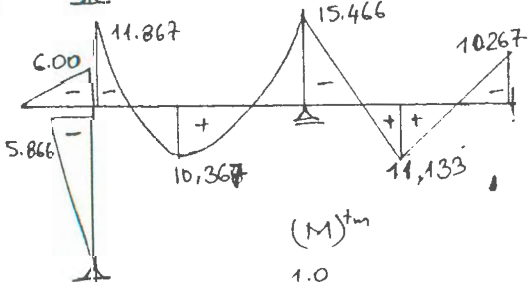
$M_{DE} = -M_{ED} = \frac{12*8}{8} = 12^{tm}$







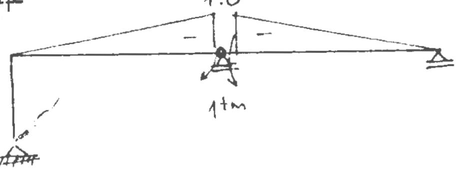




KONTROL 1 : $\Sigma X = 0$ $\Sigma Y = 0$ $\Sigma M_A = 0$

KONTROL 2 : K.S.D.

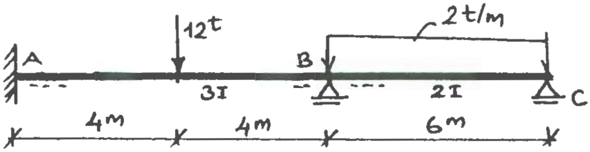
$I_c = 3I$



$EI_c \varphi_D = \frac{1}{6} \cdot 8 \cdot 1 \cdot (11.867 + 2 \cdot 15,466) [1]$

$- \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 1 \cdot 24 \cdot [1] - \frac{1}{6} \cdot 8 \cdot (1,5) \cdot 1 \cdot 24 [1]$

$+ \frac{1}{6} \cdot 8 \cdot 1 \cdot (2 \cdot 15,466 + 10,267)$



Düğüm noktaları sabit

ÇUBUK REDÖRLERİ

$r_{AB} = \frac{3I}{8} = 0{,}375\,I$

$r_{BC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2I}{6} = 0{,}25\,I$

DAĞITMA KATSAYILARI

$\mu_{BA} = \frac{0{,}375\,I}{(0{,}375+0{,}25)I} = 0{,}6$

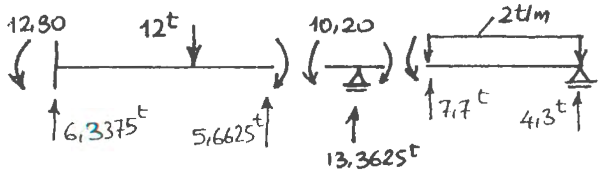
$\mu_{BC} = \frac{0{,}25\,I}{(\quad 4 \quad)} = 0{,}4$

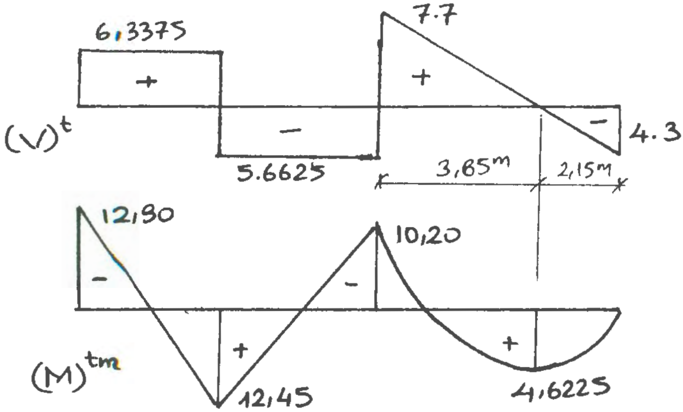
ANKASTRELİK MOM.

$M_{AB} = -M_{BA} = \frac{12 * 8}{8} = 12^{tm}$

$M_{BC} = \frac{2 * 6^2}{8} = 9^{tm}$

12,90	10,20	-10,20
0,90 ←	1,80	1.20
12.00	-12.00	9.00
	0,60	0,40





KONTROL $\Sigma X = 0$ ✓

$\Sigma Y = 6{,}3375 + 13{,}3625 + 4{,}3 - 12 - 2*6 = 0$ ✓

✓ ΣM_A $12{,}90 - 12*4 + 13{,}3625*8 - 2*6*11 + 4{,}3*14 = 0$ ✓

DÜĞÜM NOKTALARI HAREKETLİ SİSTEMLER CROSS YÖNTEMİ

İŞARET KURALI

Çubuğu saat ibresi yönünde döndüren momentler (+)

Δ yer değiştirmesinin işareti φ çubuk eksen açısı yönü saat ibresi tersi ise (+)

Sağa doğru kesme kuvvetleri (+) alınır.

1°- Sistem düğüm noktaları sabit sistem gibi çözülür. V_{oi} ler bulunur. (Dış yükle yüklü)

2°- Sadece bağımsız yer değiştirmelerinin her biri için ayrı ayrı olmak üzere sadece yer değiştirmelerden oluşan momentler dış yük olarak yüklenir ve V_{ij} ler bulunur.

Örneğin iki kesim olsun

$$V_{11} \cdot \Delta_1 + V_{21} \Delta_2 + V_{01} = 0$$
$$V_{12} \Delta_1 + V_{22} \Delta_2 + V_{02} = 0$$

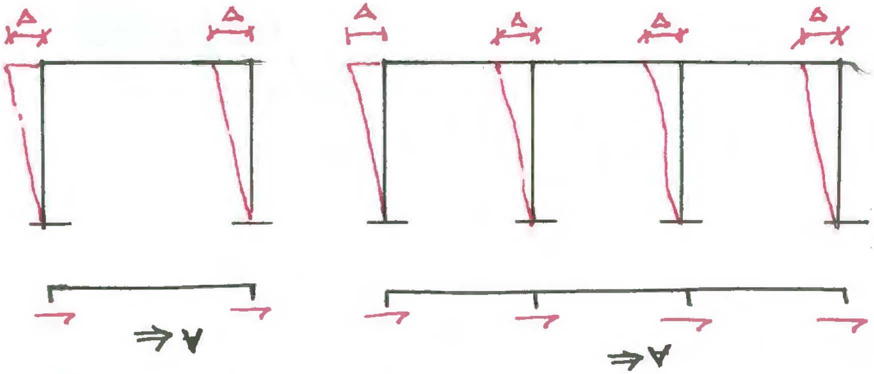
Denklem çözülür, Δ_i ler bulunur.

$$M = M_0 + M_1 \Delta_1 + M_2 \Delta_2 + \cdots + M_n \Delta_n$$

şeklinde süperpozisyonla netice momentler bulunur. Diyagramlar çizilir.

n: Yer değiştirebilen düğüm sayısı

c: Kapalı poligon sayısı.

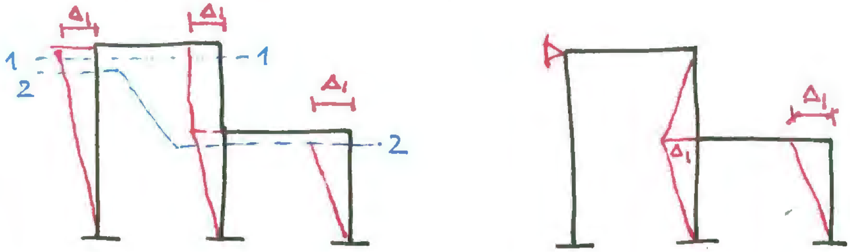


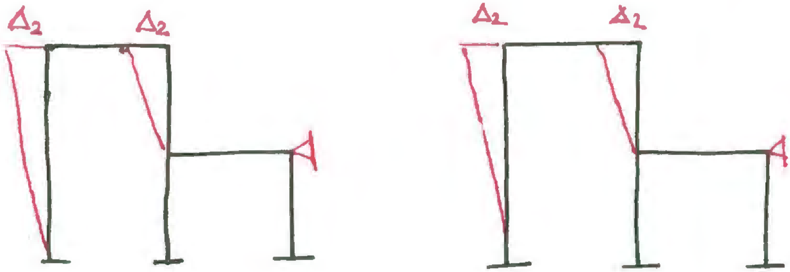
$n=2 \quad c=1$

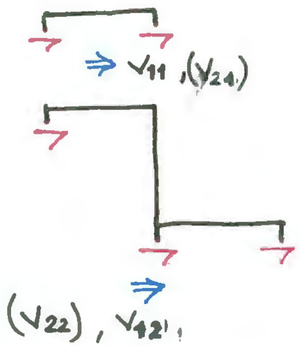
$N=2-1=1$

$n=4 \quad c=3$

$N=4-3=1$

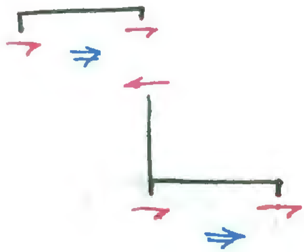


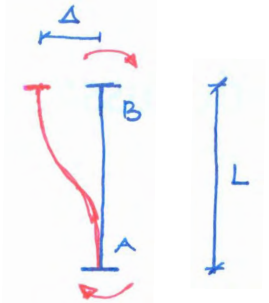




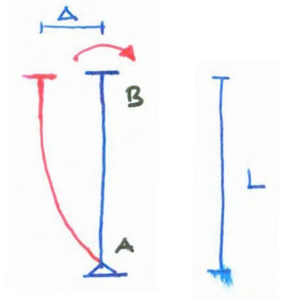
$n=4 \quad c=2$

$N=4-2=\underline{\underline{2}}$



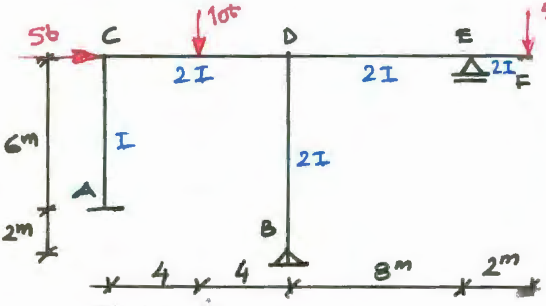


$$\bar{M}_{AB} = \bar{M}_{BA} = \frac{6\,EI}{L^2} \cdot \Delta$$



$$M_{BA} = \frac{3\,EI}{L^2} \cdot \Delta$$

Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen çerçeveyi Moment Dağıtma – Cross yöntemi ile çözerek kesit kuvveti diyagramlarını çiziniz.



Çözüm: Düğüm noktaları hareketli sistemdir.

Çubuk rijitlikleri

$r_{AC}=\frac{I}{6}$ $r_{CD}=\frac{I}{4}$

$r_{BD}=\frac{3I}{16}$ $r_{DE}=\frac{3I}{16}$

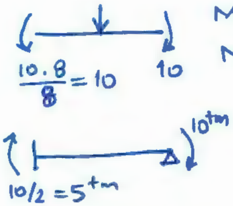
Dağıtma Katsayıları

$\mu_{CA}=0,40$ $\mu_{CD}=0,60$

$\mu_{DC}=0,40$ $\mu_{DB}=\mu_{DE}=0,30$

1. SAFHA Çözümü ($\Delta=0$)

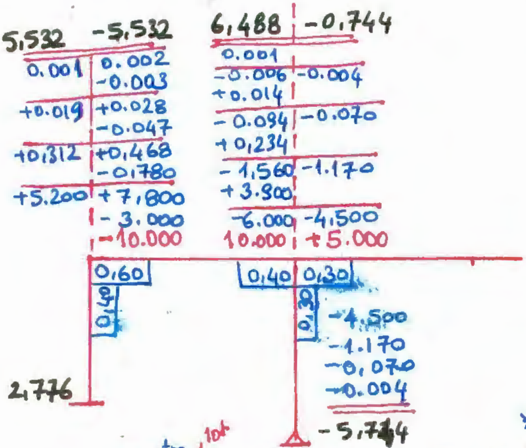
Ankastrelik Momentleri



$M_{CD}=-10^{tm}$

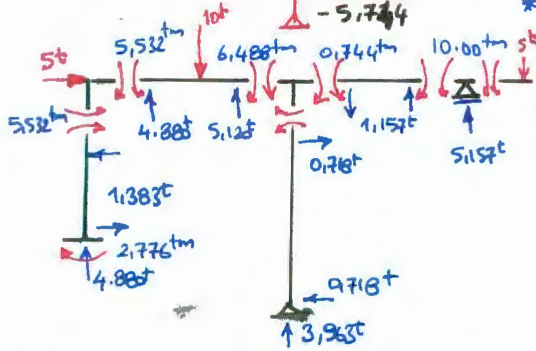
$M_{DC}=10^{tm}$

$M_{DE}=+5^{tm}$

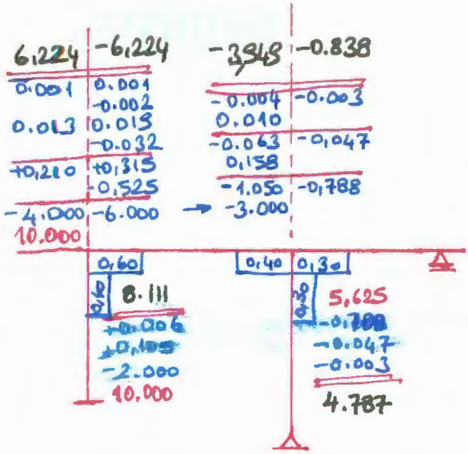


* Cross dengelemesi yapılır.

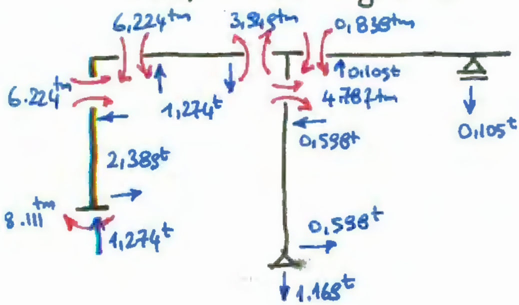
Çubuk uç momentleri ve diğer çubuk uç kuvvetleri bulunur. 1-1 kesimi ile (V_{01}) elde edilir.



$\Rightarrow V_{01}=5,665^t$



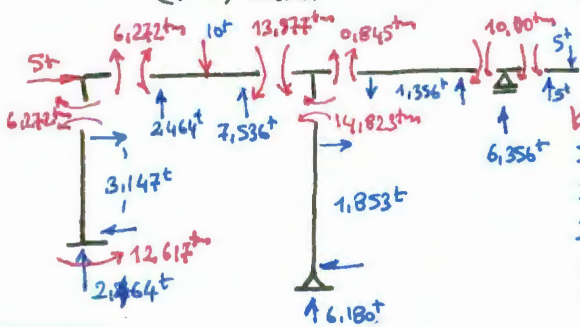
2. Safha cross dengelemesi



2. Safha Çubuk uç kuvvetleri

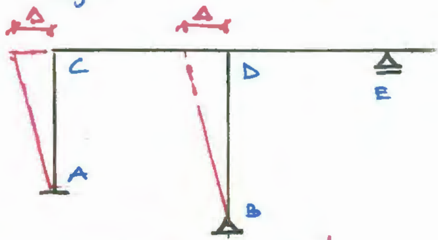
$\Longrightarrow V_{11} = 2,987^t$

(1-1) Kesimi



2. SAFHA ($\Delta \neq 0$) Çözümü

Düğüm noktalarına (Δ) yer değiştirmeleri verilir.



Ankastrelik momentleri

$EI = 60$, $\Delta = 1$ için

$$M_{AC} = M_{CA} = \frac{6E(I).\Delta}{L^2} = \frac{6 \times 60.1}{6^2} = 10^{tm}$$

$$M_{DB} = \frac{3E(2I)\Delta}{L^2} = \frac{3.2.60.1}{8^2} = 5.625^{tm}$$

bulunur. Cross dengelemesi yapılır. (1-1) kesiminde V_{11} bulunur.

$\Sigma H = 0 \qquad V_{01} + V_{11}.\Delta = 0$

$$\Delta = -\frac{V_{01}}{V_{11}} = -\frac{5.665}{2,987}$$

$\Delta = -1,897$ bulunur.

Uç kuvvetleri

$M = M_0 + M_1.\Delta$

$V = V_0 + V_1.\Delta$

$N = N_0 + N.\Delta$

ve reaksiyonlar

$R = R_0 + R_1\,\Delta$ süperpozisyonu ile elde edilir.

Kontrol: 1

$\Sigma X_i = 0$

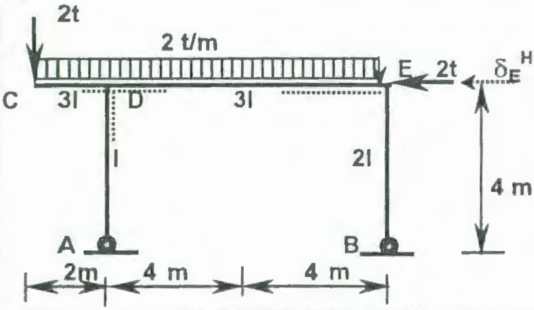
$\Sigma Y_i = 0$

$\Sigma M_A = 0.047 \cong 0.00$ ✓

Kontrol: 2 K.SD

S.Ü. MÜH. MİM. FAK. İNŞAAT MÜH. BÖL..YAPI STATİĞİ II BÜTÜNLEME SINAVI 29.01.2002

SORU 1: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi KUVVET yöntemi ile çözerek
30p



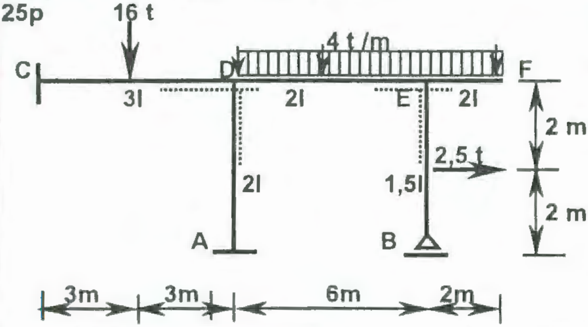
1A) Moment diyagramını çiziniz.

1B) E noktasının yatay yer değiştirmesini bulunuz.

Gerekli kontrolleri yapınız

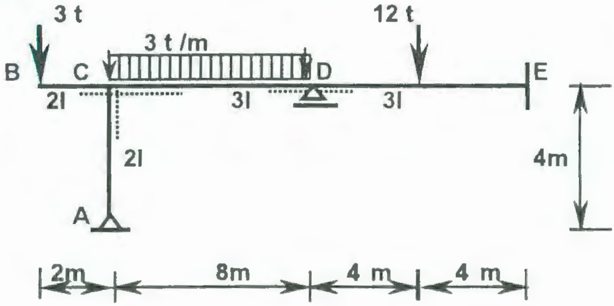
$E = 200\ 000\ kg/cm2$
$I = 40\ dm^4$

SORU 2: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi AÇI yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.
25p



Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

SORU 3: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi CROSS yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.
25p



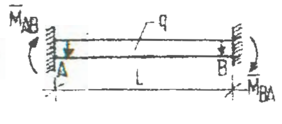
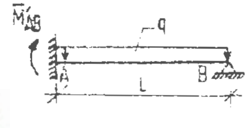
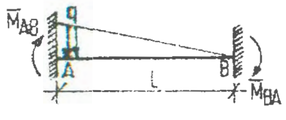
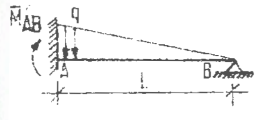
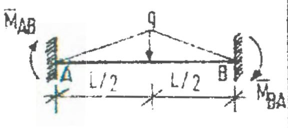
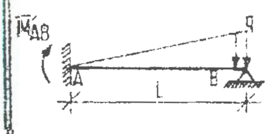
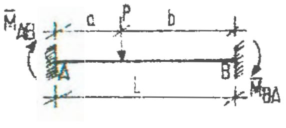
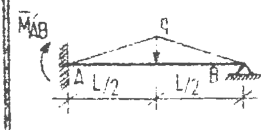
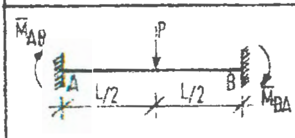
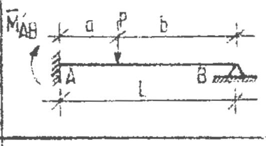
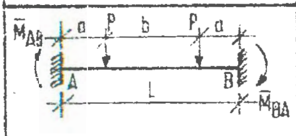
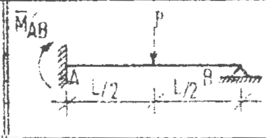
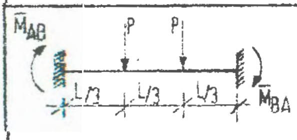
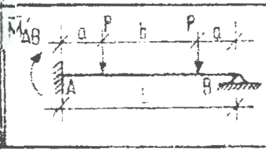
Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

Süre 140 dakikadır.
Soru kağıtları temiz olarak iade edilecektir.

BAŞARILAR DİLERİM
Yrd.Doç.Dr. Nail KARA

2.2.1.6. ANKASTRELİK UÇ MOMENTLERİ (EI = Sabit)

AG1

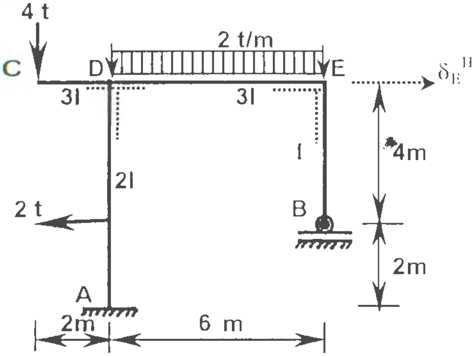
İKİ UCU ANKASTRE KİRİŞLER			BİR UCU ANKASTRE - BİR UCU MAFSALLI	
Yükleme Şekli	$\bar{M}_{AB}$	$\bar{M}_{BA}$	Yükleme Şekli	$\bar{M}_{AB}$
	$-\frac{q.L^2}{12}$	$+\frac{q.L^2}{12}$		$-\frac{q.L^2}{8}$
	$-\frac{q.L^2}{20}$	$+\frac{q.L^2}{30}$		$-\frac{2q.L^2}{3}$
	$-\frac{5q.L^2}{96}$	$+\frac{5q.L^2}{96}$		$-\frac{7q.L^2}{120}$
	$-\frac{P.a.b^2}{L^2}$	$+\frac{P.b.a^2}{L^2}$		$-\frac{5q.L^2}{64}$
	$-\frac{P.L}{8}$	$+\frac{P.L}{8}$		$-\frac{P.a.b}{2.L^2}(L+b)$
	$-\frac{P.a(L-a)}{L}$	$+\frac{P.a(L-a)}{L}$		$-\frac{3.P.L}{16}$
	$-\frac{2.P.L}{9}$	$+\frac{2.P.L}{9}$		$-\frac{3P.a}{2.L}(L-a)$

Tablo 2

Değişik konumlu/iki ucu ankastre ya da bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı çubukların değişik yükler altındaki ankastrelik uç momentleri, açı işaret kurallarıyla tablolar halinde verilmiştir (Tablo 2).

SORU 1: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi KUVVET yöntemi ile çözerek

30p



1A) M diyagramını çiziniz.

1B) E noktasının yatay yer değiştirmesini bulunuz.

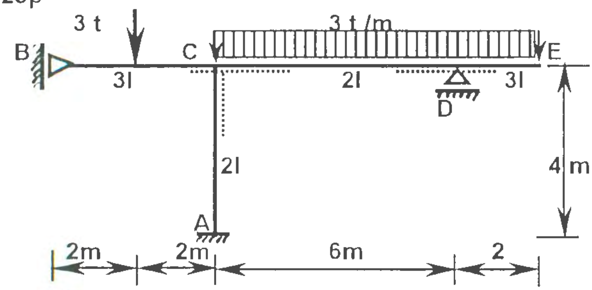
Gerekli kontrolleri yapınız

E = 200 000 kg /cm2

I = 40 dm^4

SORU 2: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi AÇI yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.

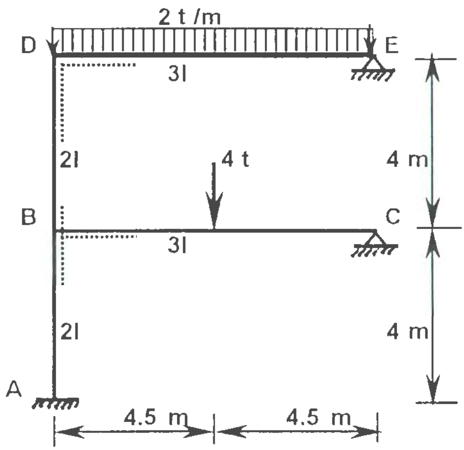
25p



Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

SORU 3:

25p



Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi CROSS yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.

Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

Süre 110 dakikadır.

Soru kağıtları temiz olarak iade edilecektir.

BAŞARILAR DİLERİM

Dr. Nail KARA

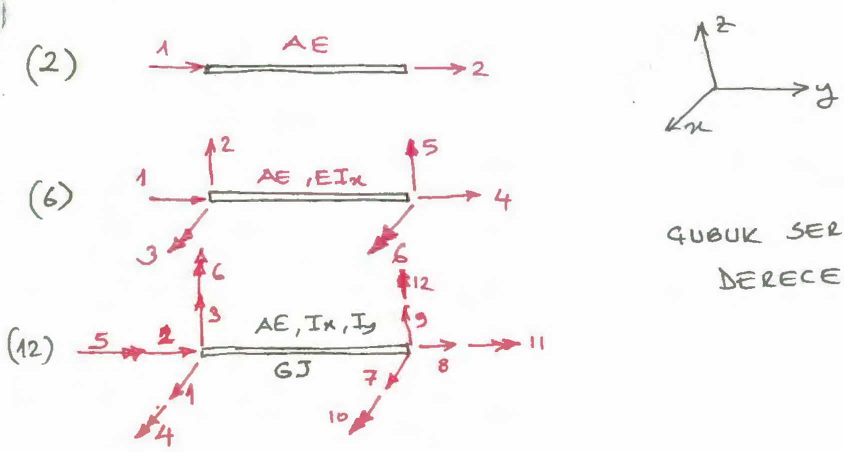
YAPI SİSTEMLERİNİN HESABINDA MATRİS METODLARI

* Matris kuvvet yöntemi
** Matris deplasman yöntemi

MATRİS DEPLASMAN ~~YÖ~~ YÖNTEMİ / STİFNES YÖNTEMİ

İngilizce aslı "stiffness" olup, anlamı rijitlik, eğilmezlik, bükülmezlik derecesidir. Yapı statiğinde ise geniş manası ile belirli bir doğrultuda birim deplasman temin edebilmek için taşıyıcı sisteme o doğrultuda tatbik edilmesi gereken kuvvet olarak tarif edilebilir.

Taşıyıcı sistemdeki çubuklar kendisine etki eden yükler ve yüklerin etki doğrultularına göre belirli deplasmanları yaparlar. Çubuk ~~ların~~ uçlarının deplasman yapabildikleri doğrultuların toplam sayısına o çubuğun serbestlik derecesi denir.



ÇUBUK SERBESTLİK DERECELERİ

stifnes matrisi ve stifnes denklemi

kafes kirişin uç kuvvetleri P_1 ve P_2 ile, uç deplasmanlarını d_1 ve d_2 ile gösterirsek

$$P_1 = k_{11} d_1 + k_{12} \cdot d_2$$

$$P_2 = k_{21} d_1 + k_{22} d_2$$

matris formunda yazılırsa

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

şeklinde elde edilir. ifade matris notasyonu ile

$\{P\} = [k] \{d\}$ şeklinde yazılırki bu denkleme çubuğun stifnes (rijitlik) denklemi

$\{P\}$: yük vektörü

$\{d\}$: deplasman vektörü

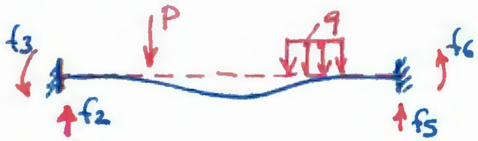
$[k]$: stifnes (rijitlik) matrisi

Rijitlik matrisi eleman uç deplasmanlarını eleman uç kuvvetlerine bağlıyan bir matristir.

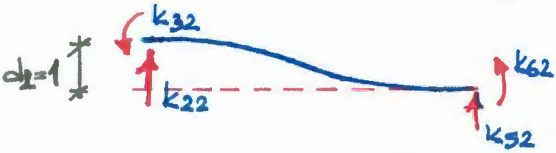
Bu matrisleri elde ederken başlangıçta bir eksen takımı seçilmeli, bundan sonra yapılan tüm işlemlerde bu eksen takımı gözönüne alınmalıdır.

DÜZLEM ÇERÇEVE ÇUBUĞU

Verilen çubuk

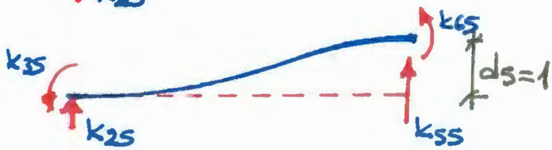


Adım 1 : Ankastrelik Reaksiyonları

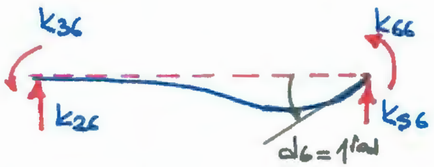


Adım 2 : $(d_2 = 1)$

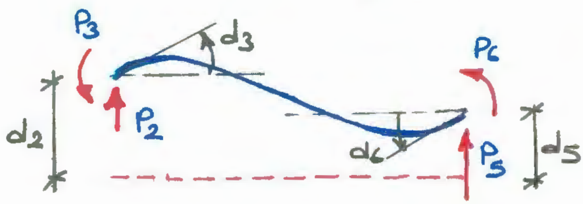
Adım 3 : $(d_3=1)$



Adım 4 : $(d_5=1)$



Adım 5 : $(d_6=1)$



SONUÇ : Adım (1+2+3+4+5)

DÜZLEM EĞİLME ETKİSİNDEKİ ÇUBUK

Stifnes Tesir sayıları

Kuvvetin tatbik edildiği doğrultu i, birim deplasmanın oluştuğu doğrultu j ise k_{ij} stifnes tesir sayısı

k_{ij} : Taşıyıcı elemanın tarif edilmiş bütün serbestlik dereceleri doğrultusundaki deplasmanlar sıfır iken, yalnız j oku doğrultusunda birim bir deplasman temin edebilmek için i oku doğrultusunda elemana dıştan tatbik edilmesi gereken kuvvet olarak adlandırılır.

Karşıtlık teoremine göre $k_{ij}=k_{ji}$ dir.

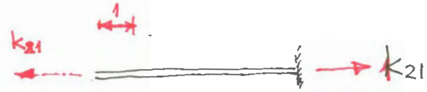
Örnek :

Mukavemetten bilindiği gibi

$d=\delta=\frac{PL}{EA}$ $\qquad \delta=1$ için $\quad P=\frac{EA}{L}$ dir.

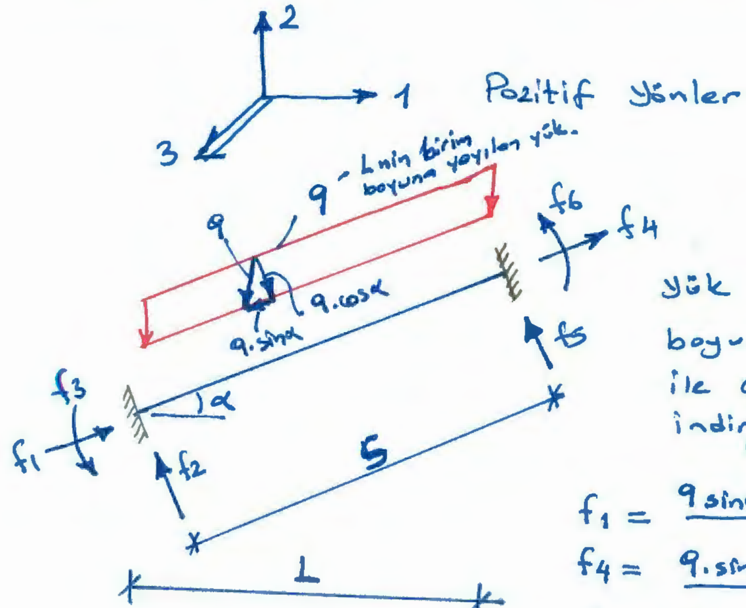
$k_{11}=\frac{EA}{L}$ $\qquad k_{22}=\frac{EA}{L}$

$k_{21}=-\frac{EA}{L}$ $\qquad k_{12}=-\frac{EA}{L}$



ADIM 1: ANKASTRELİK REAKSİYONLARI

Mesnet şartları ne olursa olsun tüm çubukların uçları tam ankastre olduğu düşünülerek; iki ucu ankastre çubuklar için hazırlanmış ankastrelik reaksiyonları tabloları yardımıyla; verilen yükler altında çubuk ankastrelik reaksiyonları pozitif yönler dikkate alınarak hesaplanır.



Yük S'in birim boyuna cos α ile çarpılarak indirgenir

$$f_1 = \frac{q \sin\alpha \cos\alpha \cdot S}{2}$$

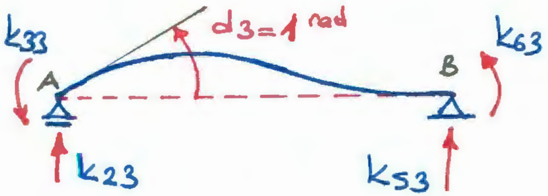
$$f_4 = \frac{q \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot S}{2}$$

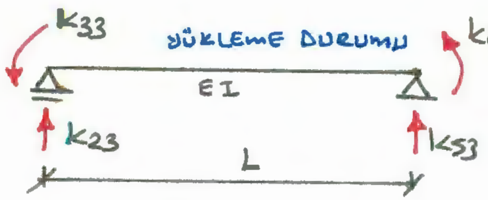
$$f_2 = \frac{q \cdot \cos^2\alpha \cdot S}{2}$$

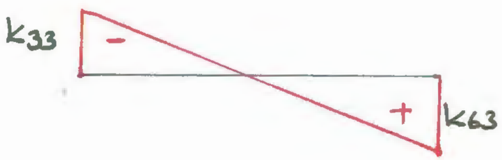
$$f_5 = \frac{q \cdot \cos^2\alpha \cdot S}{2}$$

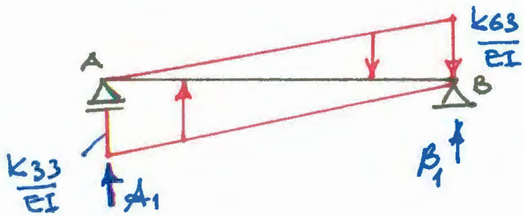
$$f_3 = -f_6 = \frac{q \cdot \cos^2\alpha \cdot S^2}{12} = \frac{q \cdot L^2}{12}$$

ADIM 3: SOL UÇTA BİRİM DÖNME









Eşlenik kiriş yöntemi kullanılarak mukavemet bilgileriyle

Sol uçta dönme

$$\theta_A = A_1 = -1$$

Sağ uçta dönme

$$\theta_B = -\beta_1 = 0$$

Eşlenik kirişte B ucuna göre moment

$$\frac{k_{63}}{EI}\cdot\frac{L}{2}\cdot\frac{L}{3} - \frac{k_{33}}{EI}\cdot\frac{L}{2}\cdot\frac{2L}{3} - A_1 \cdot L = 0$$

$$-\frac{k_{33}}{EI}\cdot\frac{L}{3} + \frac{k_{63}}{EI}\cdot\frac{L}{6} = A_1 = -1 \qquad (1)$$

A ucuna göre moment

$$\frac{1}{EI}\left(k_{63}\cdot\frac{L}{2}\cdot\frac{2L}{3} - k_{33}\cdot\frac{L}{2}\cdot\frac{L}{3}\right) - \beta_1 \cdot L = 0$$

$$\frac{1}{EI}\left(-k_{33}\cdot\frac{L}{6} + k_{63}\cdot\frac{L}{3}\right) = 0 \qquad (2)$$

(1) ve (2) nin ortak çözümü

$$\boxed{k_{33} = \frac{4EI}{L}}$$

$$\boxed{k_{63} = \frac{2EI}{L}}$$

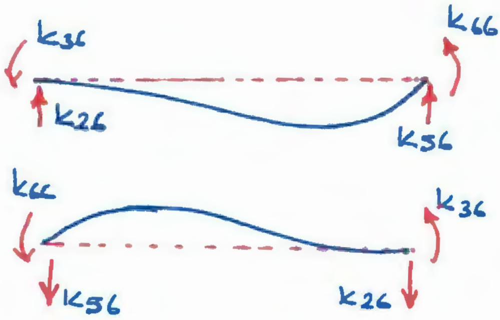
Ana sistemin dengesinden

$$k_{33} + k_{63} + k_{53} \cdot L = 0$$

$$\boxed{k_{53} = -\frac{6EI}{L^2}}$$

$$\boxed{k_{23} = \frac{6EI}{L^2}}$$

ADIM 5 : SAĞ UÇTA BİRİM DÖNME



Sistem 180° döndürülüp sol uçta birim dönme ile karşılaştırılırsa

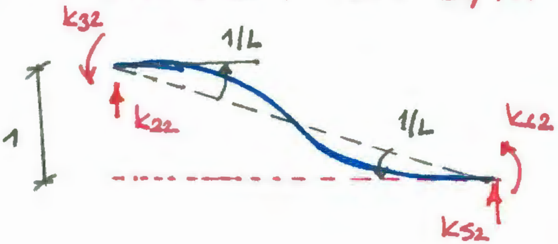
$$k_{36} = \frac{2EI}{L}$$

$$k_{66} = \frac{4EI}{L}$$

$$k_{56} = -\frac{6EI}{L^2}$$

$$k_{26} = \frac{6EI}{L^2}$$ bulunur.

ADIM 2 : SOL UÇTA BİRİM ÖTELENME



Sol uçta $+\frac{1}{L}$ dönme ve sağ uçta $+\frac{1}{L}$ dönme olduğu dikkate alınırsa

$$k_{22} = \frac{1}{L}\left(k_{23} + k_{26}\right) = \frac{1}{L}\left(\frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2}\right)$$

$$k_{22} = +\frac{12EI}{L^3}$$

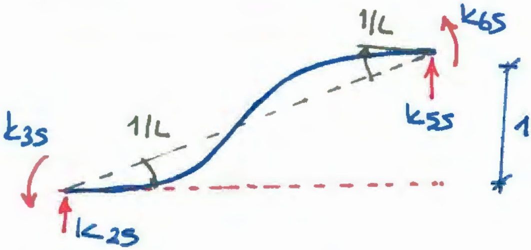
$$k_{52} = -\frac{12EI}{L^3}$$

$$k_{32} = \frac{1}{L}\left(k_{33} + k_{36}\right) = \frac{1}{L}\left(\frac{4EI}{L} + \frac{2EI}{L}\right)$$

$$k_{32} = \frac{6EI}{L^2}$$

$$k_{52} = -\frac{6EI}{L^2}$$ bulunur.

ADIM 5 : SAĞ UÇTA BİRİM ÖTELENME



Sol uçta $-\frac{1}{L}$ dönme

Sağ uçta $-\frac{1}{L}$ dönme

olduğu dikkate alınırsa

$$k_{25} = -\frac{12EI}{L^3}$$

$$k_{55} = \frac{12EI}{L^3}$$

$$k_{35} = -\frac{6EI}{L^2}$$

$$k_{65} = -\frac{6EI}{L^2}$$

bulunur.

SONUÇ :

Düzlem çerçeve çubuğunun uç deplasmanları altında oluşan çubuk uç kuvvetleri süperpozisyonla elde edilebilir.

$$P_2 = k_{22} \cdot d_2 + k_{23} \cdot d_3 + k_{25} \cdot d_5 + k_{26} \cdot d_6 + f_2$$

$$P_3 = k_{32}\, d_2 + k_{33}\, d_3 + k_{35}\, d_5 + k_{36}\, d_6 + f_3$$

$$P_5 = k_{52}\, d_2 + k_{53}\, d_3 + k_{55}\, d_5 + k_{56}\, d_6 + f_5$$

$$P_6 = k_{62}\, d_2 + k_{63}\, d_3 + k_{65}\, d_5 + k_{66}\, d_6 + f_6$$

şeklinde bulunabilir.

DÜZLEM ÇERÇEVE ÇUBUĞU RİJİTLİK MATRİSİ.

Kafes kirişteki bilgilerle

$k_{11} = \frac{EA}{L}$ $\quad k_{14} = -\frac{EA}{L}$

$k_{41} = -\frac{EA}{L}$ $\quad k_{44} = \frac{EA}{L}$ yazılabilir.

Tüm bilgiler matris formunda yazılırsa.

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılırsa

$\{P\} = [k] . \{d\} + \{f\}$ sonucuna varılır.

$\{P\}$: çubuk uç kuvvetleri vektörü

$\{d\}$: çubuk uç deplasmanları vektörü

$\{f\}$: çubuk uç ankastrelik reaksiyon vek.

$[k]$: Eleman rijitlik matrisi

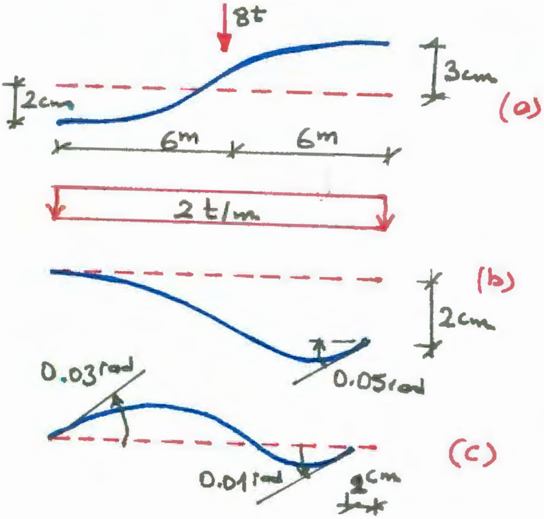
Bilinen değerler yazılırsa

$$[k] = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array}\\ \end{array}$$

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
2 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\
3 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\
4 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
5 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\
6 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L}
\end{array}
$$

ÖRNEK: Şekilde verilen yük ve deformasyon halleri için çubuk uç kuvvetlerini hesaplayınız.

$EI = 1440 \ tm^2 \qquad EA = 12000 \ t$



$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} (a) \\ \begin{bmatrix} 0 \\ -0.02 \\ 0 \\ 0 \\ 0.03 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} (b) \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0,02 \\ 0.05 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} (c) \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.03 \\ -0.02 \\ 0 \\ 0.01 \end{bmatrix} \end{array}$$

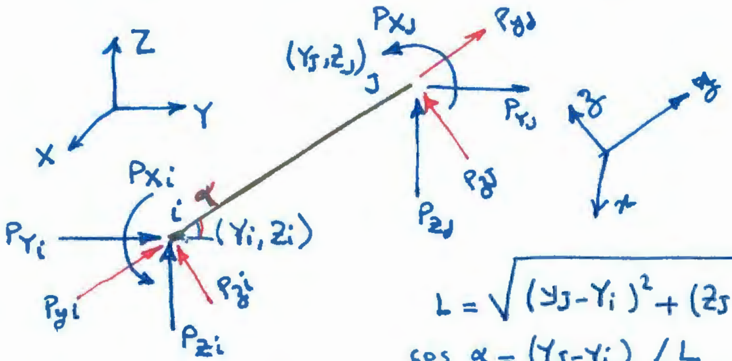
$$k = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & -1000 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 60 & 0 & -10 & 60 \\ 0 & 60 & 480 & 0 & -60 & 240 \\ -1000 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & -60 & 0 & 10 & -60 \\ 0 & 60 & 240 & 0 & -60 & 480 \end{bmatrix}. \quad \begin{bmatrix} 0 \\ -0,5 \\ -3.0 \\ 0 \\ 0,5 \\ -3.0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 3,2 \\ 13,2 \\ 0 \\ -3,2 \\ 25,2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 20 \\ 2,4 \\ 16,8 \\ -20 \\ -2,4 \\ 12.0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} (a) \\ \begin{bmatrix} 0 + 0 = 0 \\ -0,5 + 4 = 3,5 \\ -3.0 + 12 = 9.0 \\ 0 + 0 = 0 \\ 0,5 + 4 = 4,5 \\ -3.0 - 12 = -15.0 \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} (b) \\ \begin{bmatrix} 0 + 0 = 0 \\ 3,2 + 12 = 15,2 \\ 13,2 + 24 = 37,2 \\ 0 + 0 = 0 \\ -3,2 + 12 = 8,8 \\ 25,2 - 24 = 1,2 \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} (c) \\ \begin{bmatrix} 20 \\ 2,4 \\ 16,8 \\ -20 \\ -2,4 \\ 12.0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ t \\ t \\ tm \\ t \\ t \\ tm \end{array}$$

$\frac{P}{2} \ ; \ \frac{PL}{8} \qquad\qquad \frac{qL}{2} \quad \frac{qL^2}{12}$

EKSEN TAKIMI DÖNÜŞÜMÜ

Bir O noktasından geçen genel X, Y, Z eksenleri doğrultusunda P_X, P_Y, P_Z gibi üç ayrı bileşeni bulunan kuvvetler, yine aynı noktadan geçen yerel x, y, z eksenleri doğrultusunda P_x, P_y, P_z gibi statikçe eşdeğer bileşenlere ayrılabilirler.



$$L = \sqrt{(Y_J - Y_i)^2 + (Z_J - Z_i)^2}$$

$$\cos\alpha = (Y_J - Y_i) / L$$

$$\sin\alpha = (Z_J - Z_i) / L$$

$$P_y = P_Y \cdot \cos\alpha + P_Z \cdot \sin\alpha$$

$$P_z = -P_Y \cdot \sin\alpha + P_Z \cdot \cos\alpha$$

$$\begin{bmatrix} P_y \\ P_z \\ P_x \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[t]} \cdot \begin{bmatrix} P_Y \\ P_Z \\ P_X \end{bmatrix}$$

ifade genelleştirilirse

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}_{xyz} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}_{XYZ}$$

$\{P\}_{xyz} = \underline{[T] . \{P\}_{XYZ}}$ çubuk uç kuvvetleri

$\{d\}_{xyz} = [T] . \{d\}_{XYZ}$ çubuk uç deplasmanları

$\{f\}_{xyz} = [T] \{f\}_{XYZ}$ çubuk uç ank. kuvvetleri

DÖNÜŞÜM MATRİSİNİN TERSİ

Dönüşüm matrisinin tersi hesaplanırsa matrisin transpozesine eşit olduğu bulunur. Bu durum işlemlerde kolaylık sağlar.

$$\{P\}_{XYZ} = \underline{[T]^T} \ \underline{\{P\}_{xyz}}$$

$$\{d\}_{XYZ} = [T]^T \{d\}_{xyz}$$

$$\{f\}_{XYZ} = [T]^T \{f\}_{xyz}$$

GENEL EKSENLERDE ÇUBUK RİJİTLİK MATRİSİ

$$\{P\}_{XYZ} = [k]_{XYZ} . \{d\}_{XYZ}$$

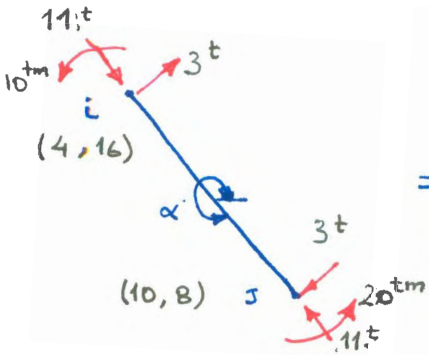
$$\underline{\{P\}_{xyz}} = [k]_{xyz} \{d\}_{xyz}$$

$$[k]_{XYZ} . \{d\}_{XYZ} = \underline{[T]^T} . \underline{[k]_{xyz} \{d\}_{xyz}}$$

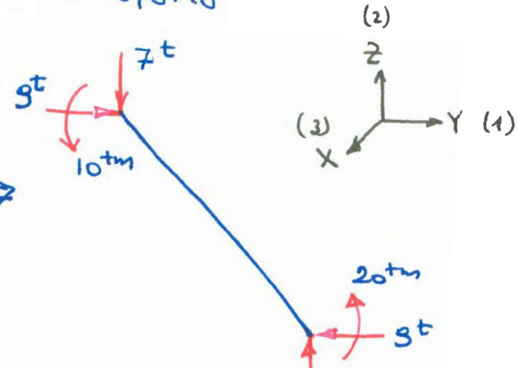
$$[k]_{XYZ} \{d\}_{XYZ} = [T]^T [k]_{xyz} [T] \{d\}_{XYZ}$$

$$\underline{[k]_{XYZ} = [T]^T [k]_{xyz} [T]}$$

ÖRNEK : UÇ KUVVET DÖNÜŞÜMÜ



⇒



$$L = \sqrt{(10-4)^2 + (8-16)^2} = 10.0 \text{ m}$$

$$\cos\alpha = \frac{10-4}{10} = 0,6 \qquad \alpha = 307^\circ$$

$$\sin\alpha = \frac{8-16}{10} = -0,8$$

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}_{XYZ} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0,6 & +0,8 & 0 & & & \\ -0,8 & 0,6 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ & & & 0,6 & +0,8 & 0 \\ & & & -0,8 & 0,6 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[T]^T} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 11 \\ 3 \\ 10 \\ -11 \\ -3 \\ 20 \end{bmatrix}}_{[P]_{xyz}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 9 \\ -7 \\ 10 \\ -9 \\ 7 \\ 20 \end{bmatrix}}_{\{P\}_{XYZ}}$$

SİSTEM RİJİTLİK MATRİSİ

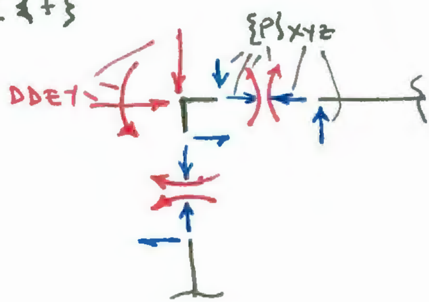
Sistemdeki elemanların her biri için elde edilecek

$$\{P\}_{xyz} = [k]_{xyz}\{d\}_{xyz} + \{f\}_{xyz}$$

ifadeleri uygun bir toplama işlemi ile toplamı alınırsa

$$\Sigma\{P\}_{xyz} = \underbrace{\Sigma[k]_{xyz}}_{[K]} \cdot \underbrace{\Sigma\{d\}_{xyz}}_{\{D\}} + \Sigma\{f\}_{xyz}$$

$$[K].\{D\} = \Sigma\{P\}_{xyz} - \Sigma\{f\}$$



$$\{P\}_{xyz} \Longrightarrow \{DDEY\}$$

$$\{DDEY\} - \Sigma\{f\} = \{F\}$$

$$\underline{[K]\{D\} = \{F\}}$$

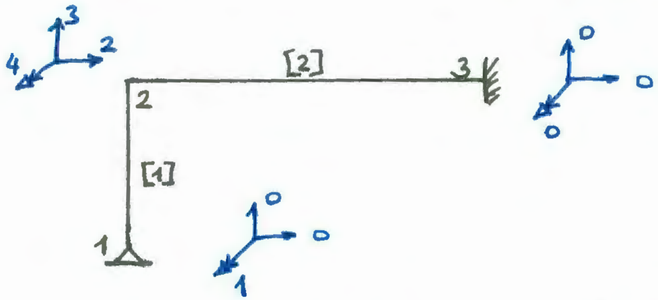
$$\{D\} = [K]^{-1}\{F\}$$

KOD NUMARALARI

Sistemdeki düğüm noktalarının sıfırdan farklı olan her bir deplasmanına sıra ile bir numara verilir ve işlemler bu numaralar gözönüne alınır. Sistemde düğüm noktalarının bilinen (sıfır) deplasmanlarına numara verilmez.

SİSTEM RİJİTLİK MATRİSİ ELDESİ

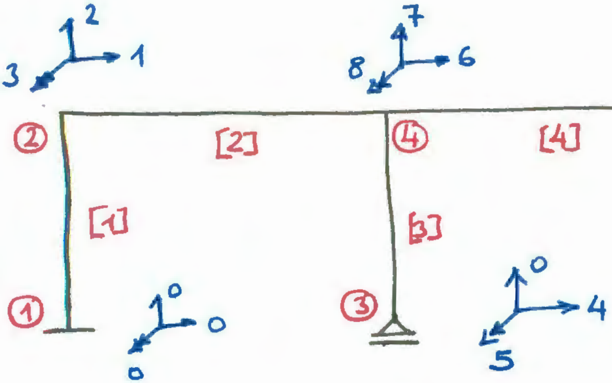
Kod numaralarından faydalanarak elemanların rijitlik matrisleri, eleman kod numaralarına bağlı olarak birebir toplanarak elde edilir.



$$
[k]_1 = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}
\begin{array}{cccccc|c}
0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \\
\hline
k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & 0 \\
k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & 0 \\
k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & 1 \\
k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} & 2 \\
k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} & 3 \\
k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} & 4
\end{array}
$$

$$
[k]_2 = \begin{array}{cccccc|c}
2 & 3 & 4 & 0 & 0 & 0 & \\
\hline
S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} & 2 \\
S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} & 3 \\
S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} & 4 \\
S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} & 0 \\
S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} & 0 \\
S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} & 0
\end{array}
$$

$$
[K] = \begin{array}{cccc|c}
1 & 2 & 3 & 4 & \\
\hline
k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & 1 \\
k_{43} & k_{44}+S_{11} & k_{45}+S_{12} & k_{46}+S_{13} & 2 \\
k_{53} & k_{54}+S_{21} & k_{55}+S_{22} & k_{56}+S_{23} & 3 \\
k_{63} & k_{64}+S_{31} & k_{65}+S_{32} & k_{66}+S_{33} & 4
\end{array}
$$



SISTEM RİJİTLİK MATRİSİ YARI BANT GENİŞLİĞİ

Düğümlere verilecek numaralar öyle verilsinki rijitlik matrisi bant genişliği minumum olsun.

Sistem rijitlik matrisi yarı bant genişliği:

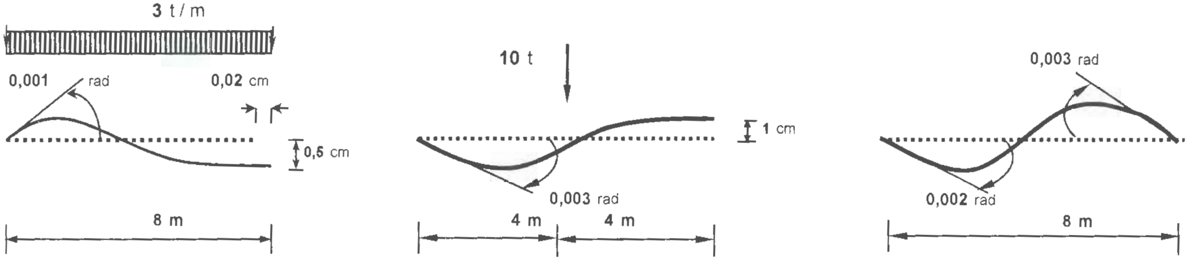
Eleman kod numaraları arasındaki maksimum farkın 1 fazlasına eşittir. veya

Çubuk düğüm numaraları arasındaki maksimum farkın bir fazlasının düğüm serbestlik derecesi ile çarpımına eşittir.

$(8-1)+1 = \underline{\underline{8}}$ $\qquad$ $[(4-2)+1]*3 = \underline{\underline{9}}$

Şekilde yükleme ve deformasyon durumları verilen iki ucu elastik ankastre kirişlerin çubuk uç kuvvetlerini bulunuz

(A) *(B)* *(C)*



$$[k]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

I = 0,008 m^4 A = 0,2 m^2 E = 2800000 t /m^2

[p] = [k].[d] + [f]

[k]

70000	0	0	-70000	0	0
0	525	2100	0	-525	2100
0	2100	11200	0	-2100	5600
-70000	0	0	70000	0	0
0	-525	-2100	0	525	-2100
0	2100	5600	0	-2100	11200

(A)

[d]
0
0
0,001
0,0002
-0,005
0

[k].[d]		[f]		[p]
-14		0		-14
4,725		12		16,725
21,7		16		37,7
14	+	0	=	14
-4,725		12		7,275
16,1		-16		0,1

(B)

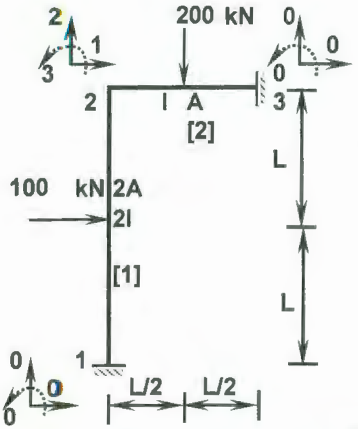
[d]
0
0
-0,003
0
0,01
0

[k].[d]		[f]		[p]
0		0		0
-11,55		5		-6,55
-54,6		10		-44,6
0	+	0	=	0
11,55		5		16,55
-37,8		-10		-47,8

(C)

[d]
0
0
-0,002
0
0
-0,003

[k].[d]		[f]		[p]
0		0		0
-10,5		0		-10,5
-39,2		0		-39,2
0	+	0	=	0
10,5		0		10,5
-44,8		0		-44,8



Şekilde verilen taşıyıcı sistemin Matris Deplasman yöntemi ile Çubuk uç kuvvetlerini bulunuz.

A = 1
I = 1
L = 1
E = sb. 1

Çubuk düğüm numaraları

[1] → 1 → 2
[2] → 2 → 3

$[k]_{XYZ}=[T]^T.[k]_{xyz}.[T]$

[1] Nolu Çubuk

$\cos\alpha = 0$ $\sin\alpha = 1$

$[k_1]_{XYZ}=[T]^T[k_1]_{xyz}[T] = E$

1	0	0	-1	0	0
0	3	3	0	-3	3
0	3	4	0	-3	2
-1	0	0	1	0	0
0	-3	-3	0	3	-3
0	3	2	0	-3	4

0	1	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	-1	0	0
0	0	0	0	0	1

0	-1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	-1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1

0	-3	-3	0	3	-3
1	0	0	-1	0	0
0	3	4	0	-3	2
0	3	3	0	-3	3
-1	0	0	1	0	0
0	3	2	0	-3	4

0	0	0	1	2	3	
3	0	-3	-3	0	-3	0
0	1	0	0	-1	0	0
-3	0	4	3	0	2	0
-3	0	3	3	0	3	1
0	-1	0	0	1	0	2
-3	0	2	3	0	4	3

[2] Nolu Çubuk

$[k_2]_{XYZ}=[k_2]_{xyz} = E$

1	2	3	0	0	0	
1	0	0	-1	0	0	1
0	12	6	0	-12	6	2
0	6	4	0	-6	2	3
-1	0	0	1	0	0	0
0	-12	-6	0	12	-6	0
0	6	2	0	-6	4	0

$\cos\alpha = 1$
$\sin\alpha = 0$

Çubuk ankastrelik tepkileri

$\{f_1\}_{xyz}=$

0
50
25
0
50
-25

$\{f_1\}_{XYZ}=[T]^T\{f_1\}_{xyz}=$

-50	0
0	0
25	0
-50	1
0	2
-25	3

$\{f_2\}_{XYZ}=\{f_2\}_{xyz}=$

0	1
100	2
25	3
0	0
100	0
-25	0

$$[K]=E\begin{bmatrix}3+1&0+0&3+0\\0+0&12+1&0+6\\3+0&0+6&4+4\end{bmatrix}=E\begin{array}{cccc}\begin{array}{|ccc|}4&0&3\\0&13&6\\3&6&8\end{array}&\begin{matrix}1\\2\\3\end{matrix}\\ \begin{matrix}1&2&3\end{matrix}&\end{array}\qquad [F]=\underset{DDEY}{\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}}-\begin{bmatrix}-50+0\\0+100\\-25+25\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}50\\-100\\0\end{bmatrix}$$

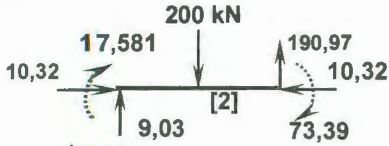
Denklem takımı çözümü $[K].\{D\}=\{F\}$

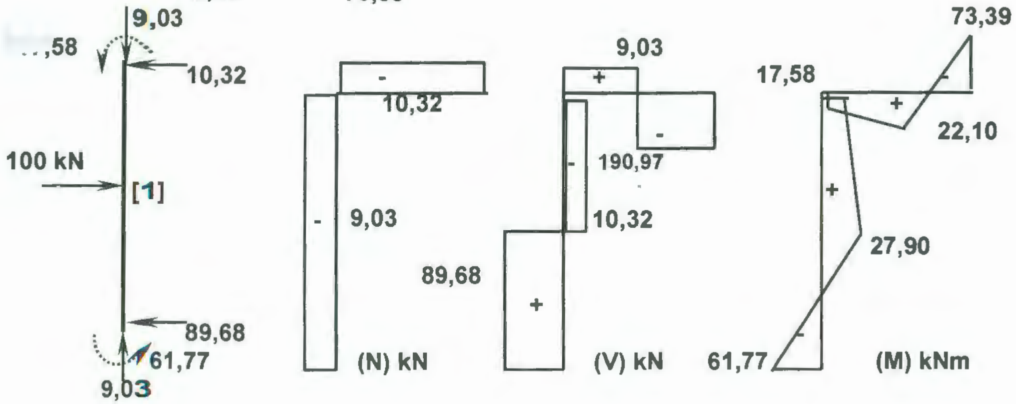
$$E\begin{bmatrix}4&0&3\\0&13&6\\3&6&8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}D1\\D2\\D3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}50\\-100\\0\end{bmatrix}\qquad \begin{bmatrix}D1\\D2\\D3\end{bmatrix}=1/E\begin{bmatrix}10,323\\-9,032\\2,903\end{bmatrix}\begin{matrix}1\\2\\3\end{matrix}$$

Çubuk uç kuvvetleri $\{P\}_{xyz}=[k]_{xyz}.[T].\{d\}_{XYZ}+\{f\}_{xyz}$

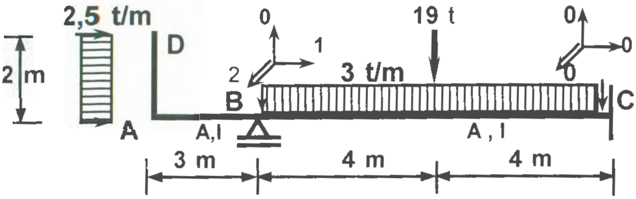
$$E\begin{bmatrix}1&0&0&-1&0&0\\0&3&3&0&-3&3\\0&3&4&0&-3&2\\-1&0&0&1&0&0\\0&-3&-3&0&3&-3\\0&3&2&0&-3&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&0&0&0&0\\-1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}\overset{\{d_1\}}{\begin{bmatrix}0\\0\\0\\10,323\\-9,032\\2,903\end{bmatrix}}\begin{matrix}0\\0\\0\\1\\2\\3\end{matrix}\begin{bmatrix}9,032\\39,68\\36,77\\-9,032\\-39,68\\42,58\end{bmatrix}+\overset{\{f_1\}}{\begin{bmatrix}0,0\\50,0\\25,0\\0,0\\50,0\\-25,0\end{bmatrix}}=\overset{[P_1\}_{xyz}}{\begin{bmatrix}9,03\\89,68\\61,77\\-9,03\\10,32\\17,58\end{bmatrix}}$$

$$E\begin{bmatrix}1&0&0&-1&0&0\\0&12&6&0&-12&6\\0&6&4&0&-6&2\\-1&0&0&1&0&0\\0&-12&-6&0&12&-6\\0&6&2&0&-6&4\end{bmatrix}\quad 1/E\overset{\{d_2\}}{\begin{bmatrix}10,323\\-9,032\\2,903\\0\\0\\0\end{bmatrix}}\begin{matrix}1\\2\\3\\0\\0\\0\end{matrix}\begin{bmatrix}10,32\\-90,97\\-42,58\\-10,32\\90,97\\-48,39\end{bmatrix}+\overset{\{f_2\}}{\begin{bmatrix}0,0\\100,0\\25,0\\0,0\\100,0\\-25,0\end{bmatrix}}=\overset{[P_2\}_{xyz}}{\begin{bmatrix}10,32\\9,03\\-17,58\\-10,32\\190,97\\-73,39\end{bmatrix}}$$

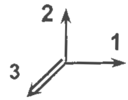




SORU 10: Ölçü ve yükleme durumu verilen sistemde B noktasının,
(10p) yatay yer değiştirmesi δ_B^H ve dönmesi φ_B değerlerini bulunuz.



E = 2000000 t/m^2
I = 0,008 m^4
A= 0,2 m^2



$$[k]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

f1

0
21,5
35
0
21,5
-35

d1

0,0001
0
-0,0050
0
0
0

[F] = [K].[D] = [DDY] - [Σf]

[p] = [k].[d] + [f]

1	0	2	0	0	0	d1	p1
50000	0	0	-50000	0	0	5	5
0	375	1500	0	-375	1500	-7,50	14,00
0	1500	8000	0	-1500	4000	-40,00	-5,00
-50000	0	0	50000	0	0	-5	-5
0	-375	-1500	0	375	-1500	7,50	29,00
0	1500	4000	0	-1500	8000	-20,00	-55,00

[K] =

50000	0
0	8000

[F] =

5
-40

2E-05	0
0	0,0001

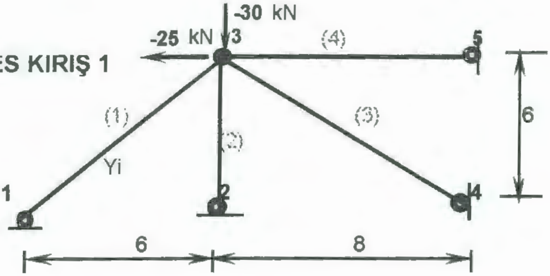
[D] =

0,0001
-0,005

δ_B^H = 0,0001 m (→)

φ_B = -0,005 rad (↻)

KAFES KIRIŞ 1



1

L	EA	Yi	Zi	Yj	Zj
8,4853	2	0	0	6	6

sin	cos
0,7071	0,7071

	0,2357	0	-0,236	0
	0	0	0	0
k	-0,236	0	0,2357	0
	0	0	0	0

0,1667	0	-0,167	0
0,1667	0	-0,167	0
-0,167	0	0,1667	0
-0,167	0	0,1667	0

	0,7071	0,7071	0	0
	-0,707	0,7071	0	0
T	0	0	0,7071	0,7071
	0	0	-0,707	0,7071

	0	0	1	2	
	0,1179	0,1179	-0,118	-0,118	0
K	0,1179	0,1179	-0,118	-0,118	0
	-0,118	-0,118	**0,1179**	**0,1179**	1
	-0,118	-0,118	**0,1179**	**0,1179**	2

	0,7071	**-0,707**	**0**	**0**
	0,7071	**0,7071**	**0**	**0**
TT	**0**	**0**	**0,7071**	**-0,707**
	0	**0**	**0,7071**	**0,7071**

D1		d1	p1
0	0	0	**20,219**
0	0	0	**0**
-69,73	1	-85,78	**-20,22**
-51,58	2	12,834	**0**

3

L	EA	Yi	Zi	Yj	Zj
10	1	6	6	14	0

sin	cos
-0,6	0,8

	0,1	0	-0,1	0
	0	0	0	0
k	-0,1	0	0,1	0
	0	0	0	0

0,08	0	-0,08	0
-0,06	0	0,06	0
-0,08	0	0,08	0
0,06	0	-0,06	0

	0,8	-0,6	0	0
	0,6	0,8	0	0
T	0	0	0,8	-0,6
	0	0	0,6	0,8

	1	2	0	0	
	0,064	**-0,048**	-0,064	0,048	1
K	**-0,048**	**0,036**	0,048	-0,036	2
	-0,064	0,048	0,064	-0,048	0
	0,048	-0,036	-0,048	0,036	0

	0,8	**0,6**	**0**	**0**
	-0,6	**0,8**	**0**	**0**
TT	**0**	**0**	**0,8**	**0,6**
	0	**0**	**-0,6**	**0,8**

D3		d3	p3
-69,73	1	-24,84	**-2,484**
-51,58	2	-83,1	**0**
0	0	0	**2,4837**
0	0	0	**0**

	1	2	
K	**0,3069**	**0,0699**	1
	0,0699	**0,4872**	2

3,3689	-0,483
-0,483	2,1219

F	**-25**	1
	-30	2

D	**-69,731**	1
	-51,580	2

2

L	EA	Yi	Zi	Yj	Zj
6	2	6	0	6	6

sin	cos
1	0

k

0,3333	0	-0,333	0
0	0	0	0
-0,333	0	0,3333	0
0	0	0	0

0	0	0	0
0,3333	0	-0,333	0
0	0	0	0
-0,333	0	0,3333	0

T

0	1	0	0
-1	0	0	0
0	0	0	1
0	0	-1	0

K

0	0	1	2	
0	0	0	0	**0**
0	0,3333	0	-0,333	**0**
0	0	**0**	**0**	**1**
0	-0,333	**0**	**0,3333**	**2**

TT

0	-1	0	0
1	0	0	0
0	0	0	-1
0	0	1	0

D2		**d2**	**p2**
0	0	0	**17,193**
0	0	0	**0**
-69,73	1	-51,58	**-17,19**
-51,58	2	69,731	**0**

4

L	EA	Yi	Zi	Yj	Zj
8	1	6	6	14	6

sin	cos
0	1

k

0,125	0	-0,125	0
0	0	0	0
-0,125	0	0,125	0
0	0	0	0

0,125	0	-0,125	0
0	0	0	0
-0,125	0	0,125	0
0	0	0	0

T

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

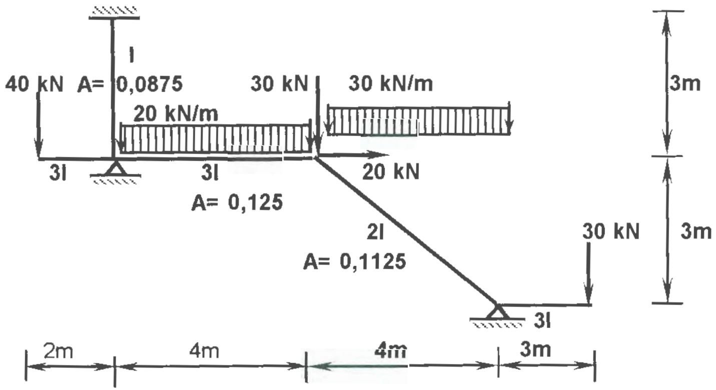
K

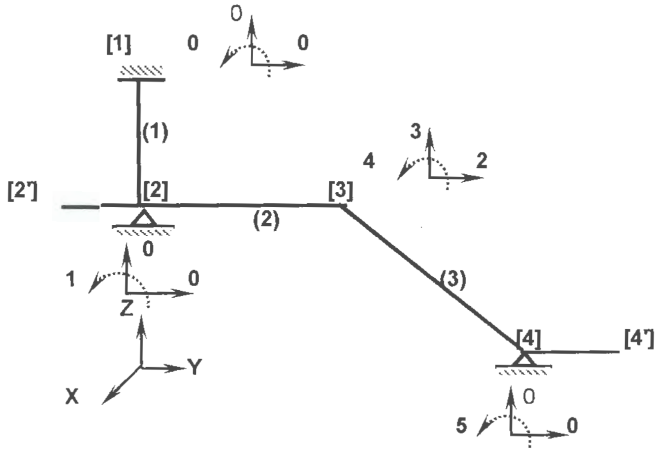
1	**2**	**0**	**0**	
0,125	**0**	-0,125	0	**1**
0	**0**	0	0	**2**
-0,125	0	0,125	0	**0**
0	0	0	0	**0**

TT

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

D4		**d4**	**p4**
-69,73	1	-69,73	**-8,716**
-51,58	2	-51,58	**0**
0	0	0	**8,7164**
0	0	0	**0**





Şekilde verilen taşıyıcı sistemin Matris Deplasman yöntemi ile Çubuk uç kuvvetlerini bulunuz.

I = 0,0009 m4

E = 2,00E+07 kN/m^2

$$[\,k\,]_{XYZ} = [\,T\,]^T . [\,k\,]_{xyz} . [\,T\,]$$

Eleman	A	E	L	I
1	0,0875	20000000	3	0,0009

yi	zi	yj	zj	cos	sin
0	6	0	3	0	-1

T

0	-1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	-1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1

k

583333,3	0	0	-583333	0	0
0	8000	12000	0	-8000	12000
0	12000	24000	0	-12000	12000
-583333	0	0	583333,3	0	0
0	-8000	-12000	0	8000	-12000
0	12000	12000	0	-12000	24000

kT

0	-583333	0	0	583333,3	0
8000	0	12000	-8000	0	12000
12000	0	24000	-12000	0	12000
0	583333,3	0	0	-583333	0
-8000	0	-12000	8000	0	-12000
12000	0	12000	-12000	0	24000

T^T

0	1	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	-1	0	0
0	0	0	0	0	1

T^TkT

8000	0	12000	-8000	0	12000	0
0	583333,3	0	0	-583333	0	0
12000	0	24000	-12000	0	12000	0
-8000	0	-12000	8000	0	-12000	0
0	-583333	0	0	583333,3	0	0
12000	0	12000	-12000	0	24000	1
0	0	0	0	0	1	

f	$T^T f$		D1	T*D	k*T*D	P1	
0	0	0	0	0	0,00	0,00	1
0	0	0	0	0	6,47	6,47	2
0	0	0	0	0	6,47	6,47	3
0	0	0	0	0	0,00	0,00	4
0	0	0	0	0	-6,47	-6,47	5
0	0	1	0,000539	0,00053923	12,94	12,94	6

Eleman	A	E	L	I
2	0,125	20000000	4	0,0027

yi	zi	yj	zj	cos	sin
0	3	4	3	1	0

T

1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	1

k

625000	0	0	-625000	0	0
0	10125	20250	0	-10125	20250
0	20250	54000	0	-20250	27000
-625000	0	0	625000	0	0
0	-10125	-20250	0	10125	-20250
0	20250	27000	0	-20250	54000

kT

625000	0	0	-625000	0	0
0	10125	20250	0	-10125	20250
0	20250	54000	0	-20250	27000
-625000	0	0	625000	0	0
0	-10125	-20250	0	10125	-20250
0	20250	27000	0	-20250	54000

T^T

1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	1

T^TkT

625000	0	0	-625000	0	0	0
0	10125	20250	0	-10125	20250	0
0	20250	54000	0	-20250	27000	1
-625000	0	0	625000	0	0	2
0	-10125	-20250	0	10125	-20250	3
0	20250	27000	0	-20250	54000	4
0	0	1	2	3	4	

f
0
40
26,6667
0
40
-26,6667

$T^T f$	
0	0
40	0
26,6667	1
0	2
40	3
-26,6667	4

D2
0
0
0,000539
-0,00017
-0,00085
-0,00022

T*D
0
0
0,00053923
-0,0001688
-0,0008525
-0,0002218

k*T*D
105,53
15,06
40,39
-105,53
-15,06
19,84

P2	
105,53	1
55,06	2
67,06	3
-105,53	4
24,94	5
-6,82	6

Eleman	A	E		L	I
3	0,1125	20000000		5	0,0018

yi	zi	yj	zj	cos	sin
4	3	8	0	0,8	-0,6

T

0,8	-0,6	0	0	0	0
0,6	0,8	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0,8	-0,6	0
0	0	0	0,6	0,8	0
0	0	0	0	0	1

k

450000	0	0	-450000	0	0
0	3456	8640	0	-3456	8640
0	8640	28800	0	-8640	14400
-450000	0	0	450000	0	0
0	-3456	-8640	0	3456	-8640
0	8640	14400	0	-8640	28800

kT

360000	-270000	0	-360000	270000	0
2073,6	2764,8	8640	-2073,6	-2764,8	8640
5184	6912	28800	-5184	-6912	14400
-360000	270000	0	360000	-270000	0
-2073,6	-2764,8	-8640	2073,6	2764,8	-8640
5184	6912	14400	-5184	-6912	28800

T^T

0,8	0,6	0	0	0	0
-0,6	0,8	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0,8	0,6	0
0	0	0	-0,6	0,8	0
0	0	0	0	0	1

$T^T kT$

289244,16	-214341	5184	-289244	214341,1	5184	2
-214341,12	164211,8	6912	214341,1	-164212	6912	3
5184	6912	28800	-5184	-6912	14400	4
-289244,16	214341,1	-5184	289244,2	-214341	-5184	0
214341,12	-164212	-6912	-214341	164211,8	-6912	0
5184	6912	14400	-5184	-6912	28800	5
2	3	4	0	0	5	

f
-36
48
40
-36
48
-40

$T^T f$	
0	2
60	3
40	4
0	0
60	0
-40	5

D3
-0,00017
-0,00085
-0,00022
0
0
-0,00139

T*D
0,00037642
-0,0007833
-0,0002218
0
0
-0,0013902

k*T*D
169,39
-16,64
-33,18
-169,39
16,64
-50,00

P3	
133,39	1
31,36	2
6,82	3
-205,39	4
64,64	5
-90,00	6

[K] =

	1	2	3	4	5
1	78000	0	-20250	27000	0
2	0	914244,2	-214341	5184	5184
3	-20250	-214341	174336,8	-13338	6912
4	27000	5184	-13338	82800	14400
5	0	5184	6912	14400	28800

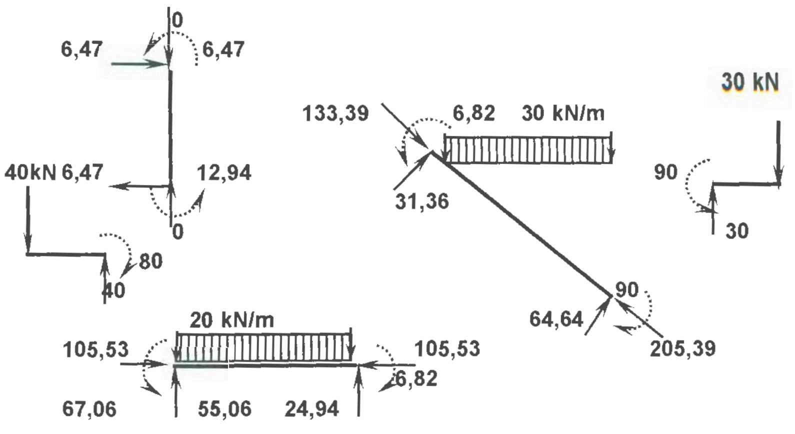
	{F}=dd-Σf
1	53,33333
2	20
3	-130
4	-13,33333
5	-50

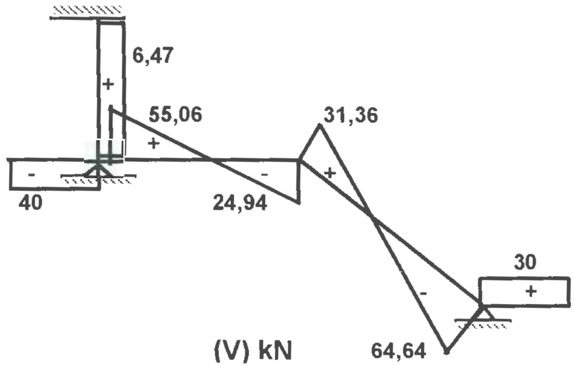
d.d.e.y	Σ f
80	26,66667
20	0
-30	100
0	13,33333
-90	-40

$[K]^{-1}$ =

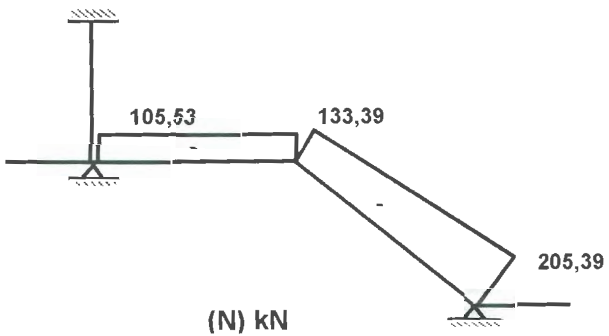
1,5E-05	4,48E-07	1,84E-06	-5E-06	1,96E-06
4,48E-07	1,58E-06	2,04E-06	2,4E-07	-8,9E-07
1,84E-06	2,04E-06	8,68E-06	1,2E-06	-3,1E-06
-5E-06	2,4E-07	1,2E-06	1,53E-05	-8E-06
1,96E-06	-8,9E-07	-3,1E-06	-8E-06	3,96E-05

{D}	
0,00054	1
-0,00017	2
-0,00085	3
-0,00022	4
-0,00139	5

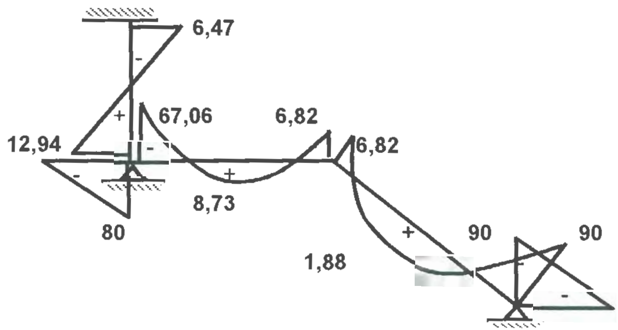

0
6,47
6,47
30 kN
133,39
6,82
30 kN/m
40kN 6,47
12,94
90
31,36
0
30
80
40
90
20 kN/m
64,64
105,53
105,53
205,39
6,82
67,06
55,06
24,94


6,47
+
55,06
31,36
+
-
-
+
40
24,94
30
-
+
64,64

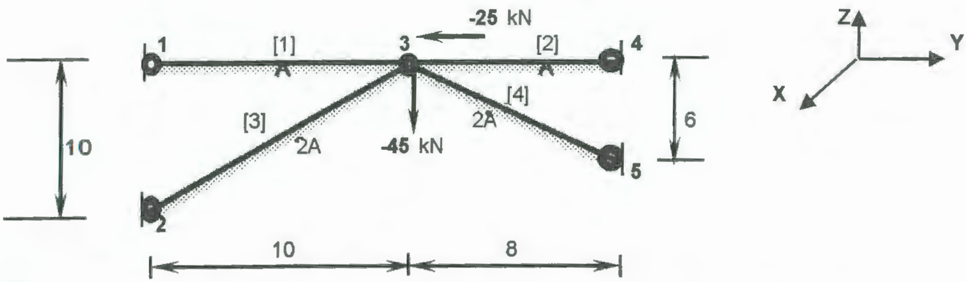
(V) kN


105,53
133,39
-
-
205,39

(N) kN


6,47
-
+
67,06
6,82
12,94
-
6,82
-
+
8,73
80
+
90
90
1,88
-
-

(M) kNm



Eleman

1

yi	zi	yj	zj
0	10	10	10
EA	**L**	**sin**	**cos**
1	**10**	**0**	**1**

T

1	**0**	**0**	**0**
0	**1**	**0**	**0**
0	**0**	**1**	**0**
0	**0**	**0**	**1**

k

0,1	**0**	**-0,1**	**0**
0	**0**	**0**	**0**
-0,1	**0**	**0,1**	**0**
0	**0**	**0**	**0**

k.T

0,1	0	-0,1	0
0	0	0	0
-0,1	0	0,1	0
0	0	0	0

T'

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

K

0	0	1	2	
0,1	0	-0,1	0	0
0	0	0	0	0
-0,1	0	**0,1**	**0**	1
0	0	**0**	**0**	2

D1		d1=T.D1	p1
0	0	0	**7,8655**
0	0	0	**0**
-78,655	1	-78,655	**-7,8655**
-329,26	2	-329,26	**0**

Eleman

2

yi	zi	yj	zj
10	10	18	10
EA	**L**	**sin**	**cos**
1	**8**	**0**	**1**

T

1	**0**	**0**	**0**
0	**1**	**0**	**0**
0	**0**	**1**	**0**
0	**0**	**0**	**1**

k

0,125	**0**	**-0,125**	**0**
0	**0**	**0**	**0**
-0,125	**0**	**0,125**	**0**
0	**0**	**0**	**0**

0,125	0	-0,125	0
0	0	0	0
-0,125	0	0,125	0
0	0	0	0

T'

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	**0**	**0**	**1**

K

1	2	0	0	
0,125	**0**	-0,125	0	1
0	**0**	0	0	2
-0,125	0	0,125	0	0
0	0	0	0	0

D2		d2=T.D2	p2
-78,655	1	-78,655	**-9,8318**
-329,26	2	-329,26	**0**
0	0	0	**9,8318**
0	0	0	**0**

Eleman 3

yi	zi	yj	zj
0	0	10	10
EA	L	sin	cos
2	14,142	0,7071	0,7071

T

0,7071	0,7071	0	0
-0,7071	0,7071	0	0
0	0	0,7071	0,7071
0	0	-0,7071	0,7071

k

0,1414	0	-0,1414	0
0	0	0	0
-0,1414	0	0,1414	0
0	0	0	0

k.T

0,1	0,1	-0,1	-0,1
0	0	0	0
-0,1	-0,1	0,1	0,1
0	0	0	0

T '

0,7071	-0,7071	0	0
0,7071	0,7071	0	0
0	0	0,7071	-0,7071
0	0	0,7071	0,7071

K

0	0	1	2	
0,0707	0,0707	-0,0707	-0,0707	0
0,0707	0,0707	-0,0707	-0,0707	0
-0,0707	-0,0707	0,0707	0,0707	1
-0,0707	-0,0707	0,0707	0,0707	2

D3		d3=T.D3	p3
0	0	0	40,792
0	0	0	0
-78,655	1	-288,44	-40,792
-329,26	2	-177,21	0

Eleman 4

yi	zi	yj	zj
10	10	18	4
EA	L	sin	cos
2	10	-0,6	0,8

T

0,8	-0,6	0	0
0,6	0,8	0	0
0	0	0,8	-0,6
0	0	0,6	0,8

k

0,2	0	-0,2	0
0	0	0	0
-0,2	0	0,2	0
0	0	0	0

k.T

0,16	-0,12	-0,16	0,12
0	0	0	0
-0,16	0,12	0,16	-0,12
0	0	0	0

T '

0,8	0,6	0	0
-0,6	0,8	0	0
0	0	0,8	0,6
0	0	-0,6	0,8

K

1	2	0	0	
0,128	-0,096	-0,128	0,096	1
-0,096	0,072	0,096	-0,072	2
-0,128	0,096	0,128	-0,096	0
0,096	-0,072	-0,096	0,072	0

D4		d4=T.D4	p4
-78,655	1	134,63	26,927
-329,26	2	-310,6	0
0	0	0	-26,927
0	0	0	0

K

1	2	
0,4237	-0,0253	1
-0,0253	0,1427	2

F

F	
-25	1
-45	2

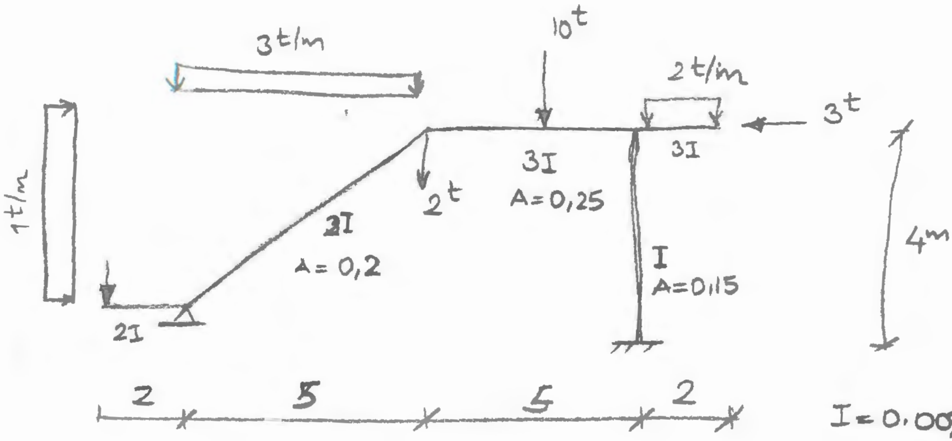
D

D	
-78,655	1
-329,26	2

K''

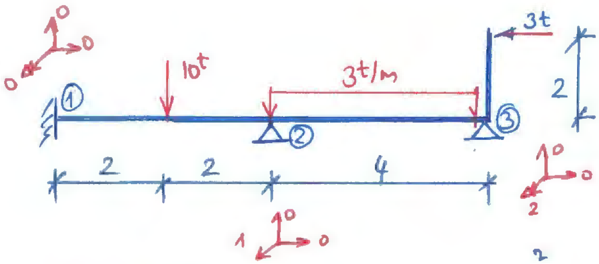
2,3853	0,4227
0,4227	7,0821

ÖDEV



I=0.002

E = 2*10^6 t/m^2



$E = 2 \times 10^6 \ t/m^2 \qquad A = 0{,}1 \ m^2$

$I = 0{,}004 \ m^4$

$$\{f_1\} = \begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \\ 0 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} \end{array} \qquad \{f_2\} = \begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 4 \\ 0 \\ 6 \\ -4 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{array} \end{array}$$

50000	—	—	-50000	—	—	0
—	1500	3000	—	-1500	3000	0
—	3000	8000	—	-3000	4000	1
-50000	—	—	50000	—	—	0
—	-1500	-3000	—	1500	-3000	0
—	3000	4000	—	-3000	8000	2
0	0	0	0	0	1	

8000 / 8000	4000
4000	8000

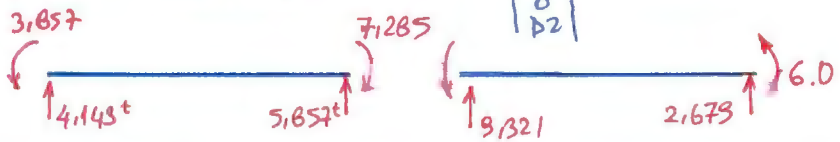
$DD+ - f$

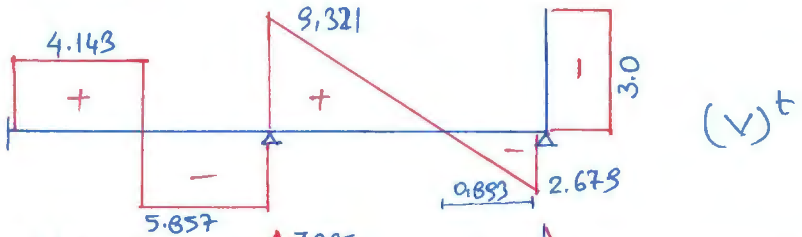
0-(-5)-4	1
6-(-4)	2

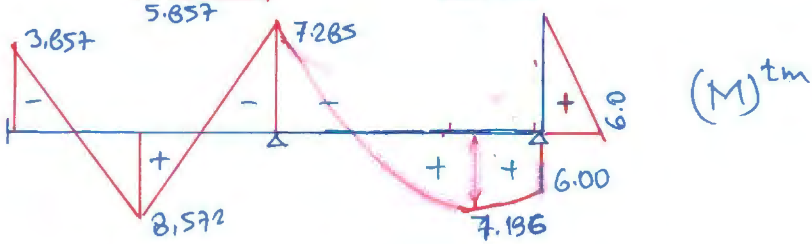
$$\begin{bmatrix} 16000 & 4000 \\ 4000 & 8000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -0.000286 \\ 0.001393 \end{bmatrix} \begin{array}{c} D1 \\ D2 \end{array}$$

$$d_1 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D1 \end{vmatrix} \qquad k_1\, d_1 + f_1 = \begin{bmatrix} 0 + 0 = 0 \\ -0{,}857 + 5 = 4.143 \\ -1.143 + 5 = 3{,}857 \\ 0 + 0 = 0 \\ 0{,}857 + 5 = 5{,}857 \\ -2{,}285 - 5 = -7{,}285 \end{bmatrix}$$

$$k_2 . d_2 + f_2 = \begin{bmatrix} 0 + 0 = 0 \\ 3{,}321 + 6 = 9{,}321 \\ 3{,}285 + 4 = 7{,}285 \\ 0 + 0 = 0 \\ -3{,}321 + 6 = 2{,}679 \\ 10.000 - 4 = 6.00 \end{bmatrix} \qquad d_2 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ D1 \\ 0 \\ 0 \\ D2 \end{vmatrix}$$



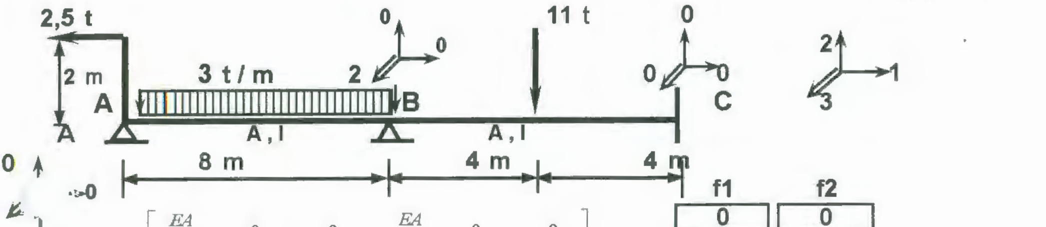




Adı Soyadı : **No :**

SORU 4: Olçü ve yükleme durumu verilen sistemi matris deplasman yöntemi
20p ile çözerek M,V,N diyagramlarını çiziniz.

E =	2E+06	t/m²
I =	0,008	m⁴
A=	0,12	m²



$$[k]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

f1	f2
0	0
12	5,5
16	11
0	0
12	5,5
-16	-11

[F] = [K].[D] = [DDY] - [Σf]

[p] = [k].[d] + [f]

d1	d2
0	0
0	0
-0,00175	0,00075
0	0
0	0
0,00075	0

	0	0	1	0	0	2
1	30000	0	0	-30000	0	0
2	0	375	1500	0	-375	1500
3	0	1500	8000	0	-1500	4000
4	-30000	0	0	30000	0	0
5	0	-375	-1500	0	375	-1500
6	0	1500	4000	0	-1500	8000
	0	0	2	0	0	0

	p1		p2
0	0	0	0
-1,50	10,5	1,13	6,625
-11,00	5	6,00	17
0	0	0	0
1,50	13,5	-1,13	4,375
-1,00	-17	3,00	-8

[K]

8000	4000
4000	16000

[F] =

-11
5

0,00014	-4E-05
-4E-05	7,1E-05

[D] =

-0,00175
0,00075

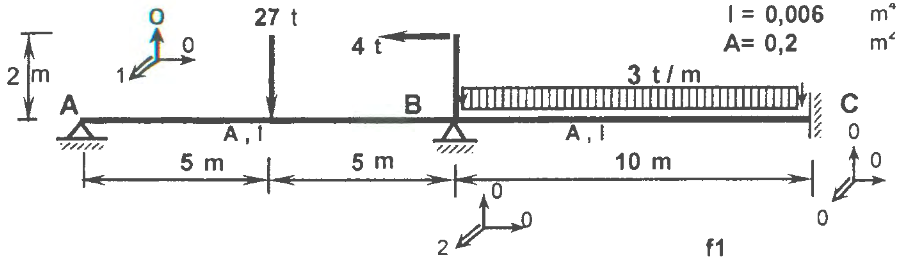
V

N

M

SORU 10: Ölçü ve yükleme durumu verilen sistemde A ve B noktalarının, (10p) φ_A ve φ_B dönme değerlerini bulunuz.

E = 2000000 t/m²
I = 0,006 m⁴
A= 0,2 m²



$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

f1	f2
0	0
13,5	15
33,75	25
0	0
13,5	15
-33,75	-25

[F] = [K].[D] = [DDY] - [Σf]

[p] = [k].[d] + [f]

d1	d2
0	0
0	0
-0,0090	0,0040
0	0
0	0
0,0040	0

0	0	1	0	0	2
40000	0	0	-40000	0	0
0	144	720	0	-144	720
0	720	4800	0	-720	2400
-40000	0	0	40000	0	0
0	-144	-720	0	144	-720
0	720	2400	0	-720	4800
0	0	2	0	0	0

	p1		p2
0,000	0,00	0,000	0,00
-3,621	9,88	2,882	17,88
-33,750	0,00	19,214	44,21
0,000	0,00	0,000	0,00
3,621	17,12	-2,882	12,12
-2,464	-36,21	9,607	-15,39

[K] =

4800	2400
2400	9600

[F] =

-33,75
16,75

0,0002	-6E-05
-6E-05	0,0001

[D] =

-0,0090
0,0040

φ_B = -0,0090 rad ( )

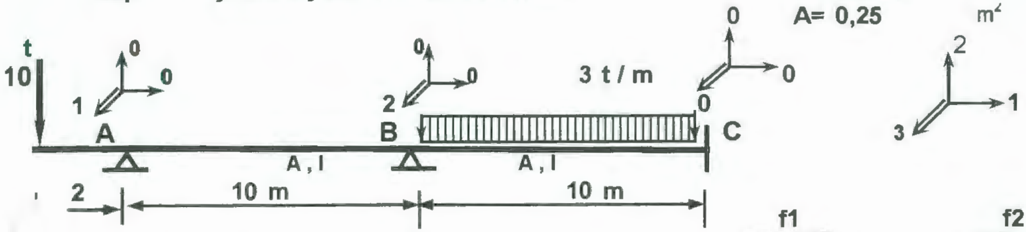
M_C = -36,21428571 tm

S.Ü. MÜH. MİM. FAK. İNŞAAT MÜH. BÖL..YAPI STATİĞİ II BÜT. SINAVI 10.09.2004

Adı Soyadı : **No :**

SORU 4: Ölçü ve yükleme durumu verilen sistemin çubuk uç kuvvetlerini bulunuz.
20p

E = **2000000** t/m²
I = **0,0125** m⁴
A= **0,25** m²



$$[k]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

f1

f1	
0	0
0	0
0	1
0	0
0	0
0	2

f2

	f2
0	0
0	15
2	25
0	0
0	15
0	-25,00

d1	d2
0	0
0	0
0,0030	-0,0020
0	0
0	0
-0,0020	0

[F] = [K].[D] = [DDY] - [Σf]

[p] = [k].[d] + [f]

0	0	1	0	0	2
50000	0	0	-50000	0	0
0	300	1500	0	-300	1500
0	1500	10000	0	-1500	5000
-50000	0	0	50000	0	0
0	-300	-1500	0	300	-1500
0	1500	5000	0	-1500	10000
0	0	2	0	0	0

	p1		p2
0	0	0	0
1,5	1,5	-3	12
20	20	-20	5
0	0	0	0
-1,5	-1,5	3	18
-5	-5	-10	-35

[K] =

10000	5000
5000	20000

[F] =

20
-25,00

$[K]^{-1}$ =

0,000114	-2,86E-05
-2,86E-05	5,71E-05

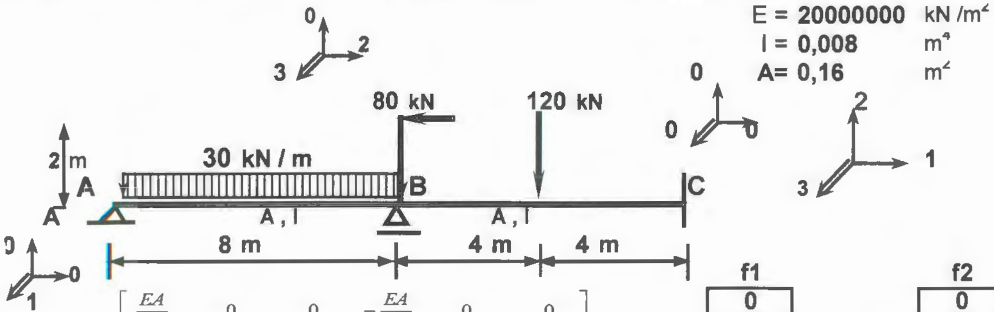
[D] =

0,00300	rad
-0,00200	rad

A ____________________ B B ____________________ C

A ____________________ B B ____________________ C

SORU 9: Olçü ve yükleme durumu verilen sistemde φA= -0.03 rad ve φB = 0,02 rad
(10p) olarak veriliyor. AB çubuğunun, uç kuvvetlerini bulunuz.



$$[k]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

f1	f2
0	0
120	60
160	120
0	0
120	60
-160	-120

d1	d2
0	-0,0001
0	0
-0,003	0,002
0,0001	0
0	0
0,002	0

[F] = [K].[D] = [DDY] - [Σf]

[p] = [k].[d] + [f]

0	0	1	2	0	3
400000	0	0	-400000	0	0
0	3750	15000	0	-3750	15000
0	15000	80000	0	-15000	40000
-400000	0	0	400000	0	0
0	-3750	-15000	0	3750	-15000
0	15000	40000	0	-15000	80000
2	0	3	0	0	0

	p1		p2
40	40	-40	-40
-15,00	105	30,00	90
-160,00	0	160,00	280
-40	-40	40	40
15,00	135	-30,00	30
40,00	-120	80,00	-40

[K] =

1	2	3
80000	0	40000
0	800000	0
40000	0	160000

[F] =

-160
-80
200

1E-05	0	-4E-06
0	1E-06	0
-4E-06	0	7E-06

[D] =

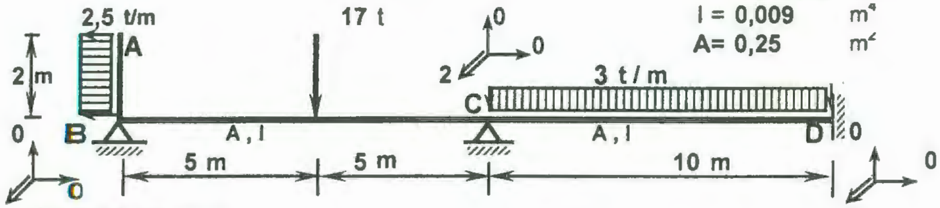
-0,003
-1E-04
0,002

φ_B = -1E-04 rad ( )

M_B = -120 kN

SORU 9: Ölçü ve yükleme durumu verilen sistemde φB= -0.0024 rad ve φC = 0,00035rad (10p) olarak veriliyor. BC çubuğunun, uç kuvvetlerini bulunuz.

E =	2000000	t /m²
I =	0,009	m⁴
A=	0,25	m²



[p] = [k].[d] + [f]

$$[k]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

f1	f2
0	0
8,5	15
21,25	25
0	0
8,5	15
-21,25	-25

d1	d2
0	0
0	0
-0,0024	0,00035
0	0
0	0
0,00035	0

[F] = [K].[D] = [DDY] - [Σf]

[p] = [k].[d] + [f]

0	0	1	0	0	2
50000	0	0	-50000	0	0
0	216	1080	0	-216	1080
0	1080	7200	0	-1080	3600
-50000	0	0	50000	0	0
0	-216	-1080	0	216	-1080
0	1080	3600	0	-1080	7200
0	0	2	0	0	0

	p1		p2
0,000	0,00	0,000	0,000
-2,250	6,25	0,375	15,375
-16,250	5,00	2,500	27,500
0,000	0,00	0,000	0,000
2,250	10,75	-0,375	14,625
-6,250	-27,50	1,250	-23,750

[K] =

7200	3600
3600	14400

[F] =

-16,25
-3,75

0,0002	-4E-05
-4E-05	8E-05

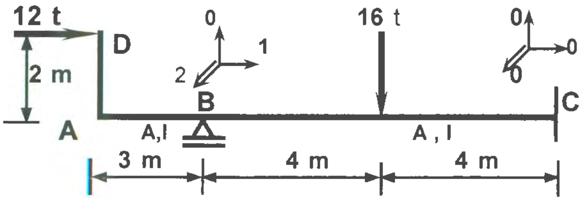
[D] =

-0,0024
0,00035

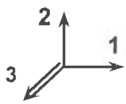
φ_B = -0,0024 rad ( )

M_C = -27,5 tm

SORU 10: Ölçü ve yükleme durumu verilen sistemde B noktasının,
(10p) yatay yer değiştirmesi δ_B^H ve dönmesi φ_B değerlerini bulunuz.



E = 2000000 t/m²
I = 0,008 m⁴
A = 0,05 m²



$$[k]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

f1
0
8
16
0
8
-16

d1
0,001
0
-0,005
0
0
0

$[F] = [K].[D] = [DDY] - [\Sigma f]$

$[p] = [k].[d] + [f]$

1	0	2	0	0	0			p1
12500	0	0	-12500	0	0	12		12
0	375	1500	0	-375	1500	-7,50		0,50
0	1500	8000	0	-1500	4000	-40,00		-24,00
-12500	0	0	12500	0	0	-12		-12
0	-375	-1500	0	375	-1500	7,50		15,50
0	1500	4000	0	-1500	8000	-20,00		-36,00

[K] =

12500	0
0	8000

[F] =

12
-40

8E-05	0
0	0,0001

[D] =

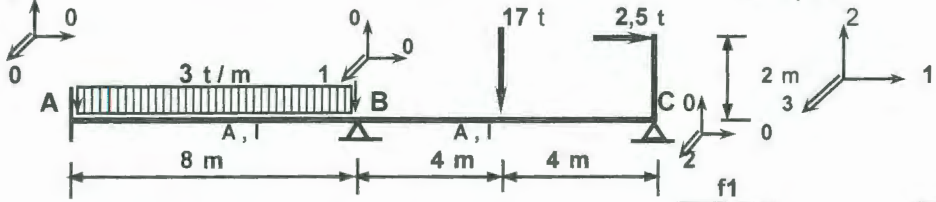
0,00096
-0,005

δ_B^H = 0,001 m (→)

φ_B = -0,005 rad (↻)

SORU 9: Olçü ve yükleme durumu verilen sistemde φB= -0.0005 rad ve φC = 0,00175 rad
(10p) olarak veriliyor. BC çubuğunun, uç kuvvetlerini bulunuz.

E = 2000000 t /m²
I = 0,008 m⁴
A= 0,12 m²



$$[k]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

f1	f2
0	0
12	8,5
16	17
0	0
12	8,5
-16	-17

d1	d2
0	0
0	0
0	-0,0005
0	0
0	0
-0,0005	0,00175

[F] = [K].[D] = [DDY] - [Σf]

[p] = [k].[d] + [f]

0	0	0	0	0	1
30000	0	0	-30000	0	0
0	375	1500	0	-375	1500
0	1500	8000	0	-1500	4000
-30000	0	0	30000	0	0
0	-375	-1500	0	375	-1500
0	1500	4000	0	-1500	8000
0	0	1	0	0	2

	p1		p2
0,000	0,000	0,000	0,000
-0,750	11,250	1,875	10,375
-2,000	14,000	3,000	20,000
0,000	0,000	0,000	0,000
0,750	12,750	-1,875	6,625
-4,000	-20,000	12,000	-5,000

[K] =

16000	4000
4000	8000

[F] =

-1
12

7E-05	-4E-05
-4E-05	0,0001

[D] =

-0,0005
0,00175

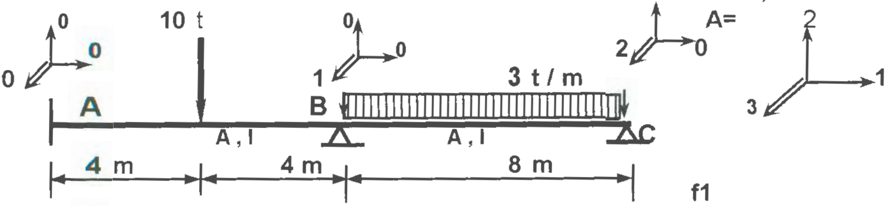
φ_B = -5E-04 rad ( )

M_B = -20 tm

Adı Soyadı : **No :**

SORU 4: **Ölçü ve yükleme durumu verilen sistemin B mesnetindeki dönme ve momenti bulunuz.**
20p

E = **2000000** t /m²
I = **0,008** m⁴
0,15 m²



$$[k]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

f1	f2
0	0
5	12
10	16
0	0
5	12
-10	-16

[F] = [K].[D] = [DDY] - [Σf]

[p] = [k]..[d] + [f]

d1	d2
0	0
0	0
0	-0,001
0	0
0	0
-0,001	0,0025

0	0	0	0	0	1
37500	0	0	-37500	0	0
0	375	1500	0	-375	1500
0	1500	8000	0	-1500	4000
-37500	0	0	37500	0	0
0	-375	-1500	0	375	-1500
0	1500	4000	0	-1500	8000
0	0	1	0	0	2

	p1		p2
0	0	0	0
-1,5	3,5	2,25	14,25
-4	6	2	18
0	0	0	0
1,5	6,5	-2,25	9,75
-8	-18	16	0

[K] =

16000	4000
4000	8000

[F] =

-6
16

7E-05	-4E-05
-4E-05	0,0001

[D] =

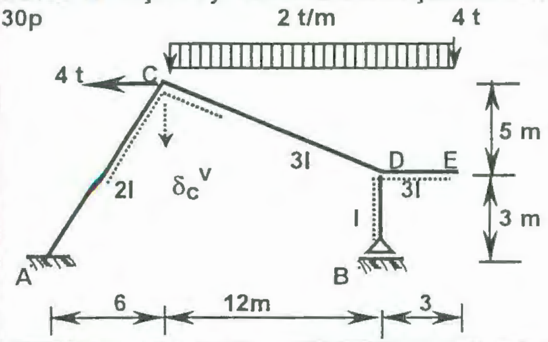
-0,001
0,0025

$\varphi_B =$ -0,001 rad (↘)

$M_B =$ -18 tm

S.Ü. MÜH. MİM. FAK. İNŞAAT MÜH. BÖL..YAPI STATİĞİ II FİNAL SINAVI 07.06.2002

SORU 1: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi KUVVET yöntemi ile çözerek
30p



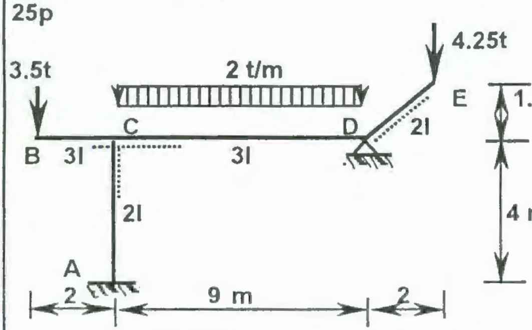
1A) Moment diyagramını çiziniz.

1B) C noktasının düşey yer değiştirmesini bulunuz.

Gerekli kontrolleri yapınız

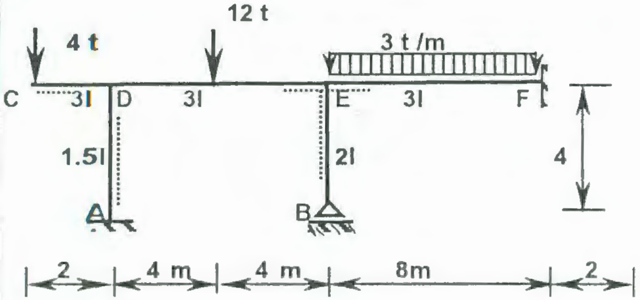
E = 200 000 kg /cm2
I = 40 dm^4

SORU 2: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi AÇI yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.
25p



Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

SORU 3: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi CROSS yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.
25p



Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

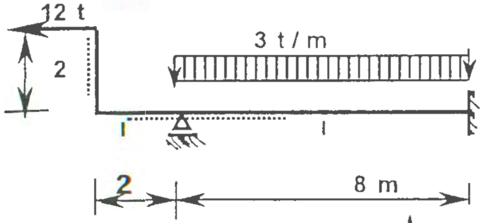
Süre 130 dakikadır.
Soru kağıtları temiz olarak iade edilecektir.

BAŞARILAR DİLERİM
Yrd.Doç.Dr. Nail KARA

ADI SOYADI : NO:

SORU 4: Ölçü, yükleme durumu şekilde verilen kirişi matris deplasman yöntemi ile çözerek iç kuvvet diyagramlarını çiziniz.

20p

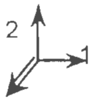


$$
[k]=\begin{bmatrix}
\frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\
0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\
-\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\
0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L}
\end{bmatrix}
$$

$E =$ 2000000 t/m^2

$I =$ 0.008 m^4

$A =$ 0.16 m^2



[p] = [k].[d] + [f]

[K].[D] = [F]=[DDY-Σf]

K DDEY f F

d
0

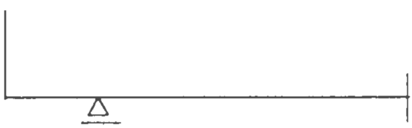
\+

f

p

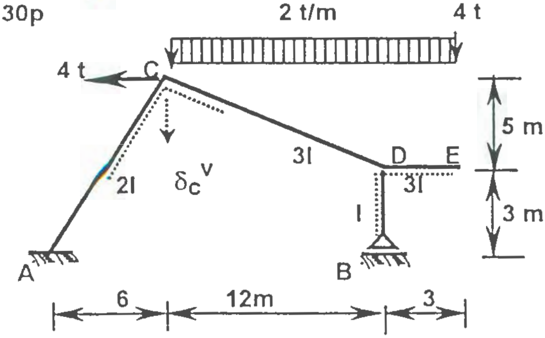
(V) t

(N)t



(M) tm

SORU 1: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi KUVVET yöntemi ile çözerek
30p

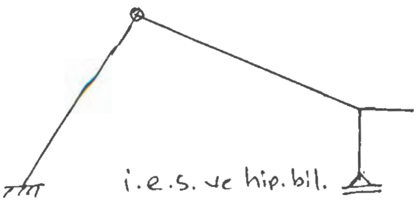


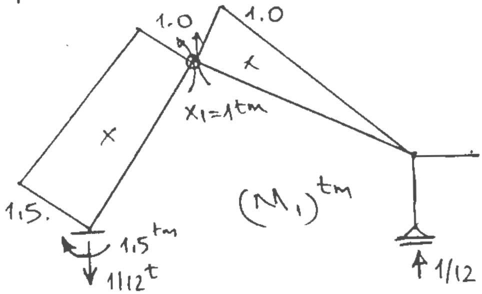
1A) Moment diyagramını çiziniz.

1B) C noktasının düşey yer değiştirmesini bulunuz.

Gerekli kontrolleri yapınız

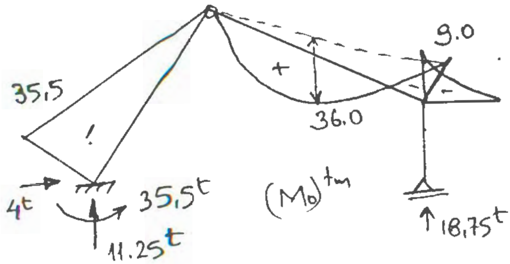
E = 200 000 kg /cm2
I = 40 dm^4





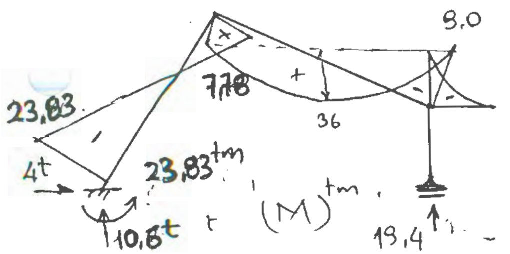
$I_c = 6I$ seçilirse

$$EI_c\delta_{11} = \frac{1}{6}\cdot 10\left(2\cdot 1{,}5^2 + 2\cdot 1{,}5\cdot 1 + 2\cdot 1^2\right)[3] + \frac{1}{3}\cdot 13\cdot 1\cdot 1\,[2] = 56{,}167$$



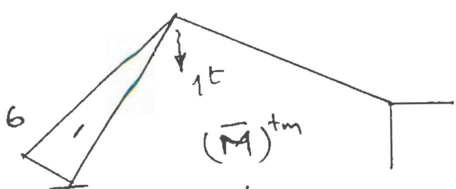
$$EI_c\delta_{10} = -\frac{1}{6}\cdot 10\cdot 35{,}5\left(2\cdot 1{,}5 + 1\right)[3] + \frac{1}{3}\cdot 13\cdot 1\cdot 36\,[2] + \frac{1}{6}\cdot 13\cdot 1\cdot 9\cdot[2] = -437$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{-437}{56{,}167} = 7{,}7804^{tm}$$



$$EI_c\delta_1 = \frac{1}{3}\cdot 13\cdot 36\cdot 1\,[2] + \frac{1}{6}\cdot 13\cdot 1\left(2\cdot 7{,}78 - 9\right)[2] + \frac{1}{6}\cdot 10\left(2\cdot 18{,}4\cdot 1{,}5 + 18{,}4\cdot 1 + 11{,}4\cdot 1{,}5 + 2\cdot 11{,}4\cdot 1\right)[3] = 340{,}426 - 340{,}45$$

$$rh = 7\cdot 10^{-5}$$



$$EI_c\delta_C^V = -\frac{1}{6}\cdot 10\cdot 6\left(-2\cdot 23{,}83 + 7{,}78\right)[3] = 1196{,}4$$

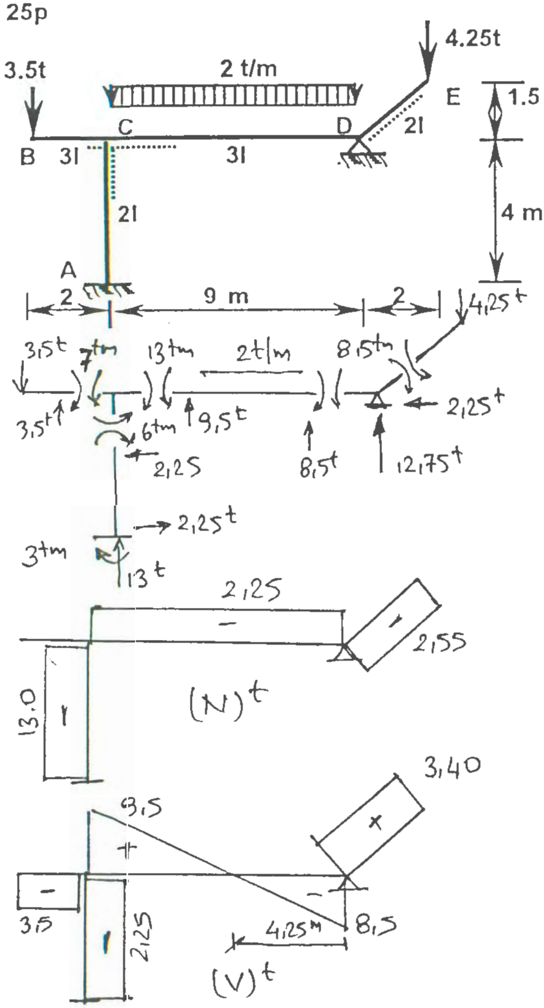
$$\delta_C^V = \frac{199{,}4}{\ldots} = 0.025\,m$$

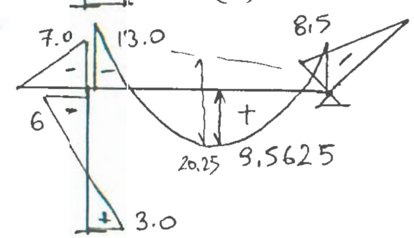
$$\delta_C^V = 2{,}5\,cm$$

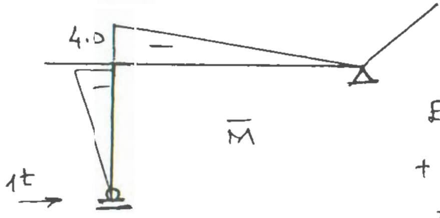
SORU 2: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi AÇI yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.

25p

Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.







D.N. sabit

Bilinmiyen φ_c

ÇUBUK SABİTLERİ

$k_{AC} = 2\frac{2EI}{4} = EI$

$k_{CD} = \frac{3}{4}\cdot 2\cdot \frac{3EI}{9} = 0{,}5EI$

DİYAGONAL TERİMLERİ

$d_c = 2(EI + 0{,}5EI) = 3EI$

ANKASTRELİK REAKSİYONLARI

3,5 $\quad M_{CB} = 3{,}5\times 2 = 7$ tm

4,25 $\quad$ 8,5 tm

$\frac{2\times 9^2}{8} = 20{,}25$ tm $\quad M_{CD} = -16$ tm

YÜK TERİMLERİ

$S_c = 7 - 16 = -9$ tm

AÇI DENKLEMİ

$3EI\varphi_c - 9 = 0 \quad \varphi_c = 3EI$

ÇUBUK UÇ MOMENTLERİ

$M_{AB} = EI(\varphi_c + 0) = 3$ tm

$M_{BA} = EI(2\varphi_c + 0) = 6$ tm

$M_{CD} = \frac{EI}{2}(2\varphi_c + 0) - 16 = -13$ tm

$\Sigma X = 0 \quad \Sigma Y = 0$

$\Sigma M_A = 0$ ✓

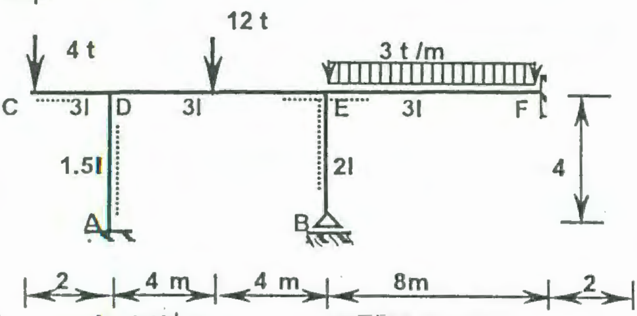
KSD KONTROLÜ

$I_c = 6I$

$EI_c\,\delta_1 = -\frac{1}{6}\cdot 4\cdot 4(-2\times 6 + 3)[3] + \frac{1}{6}\cdot 9\cdot 4(2\times 13 + 8{,}5)[2] - \frac{1}{3}\cdot 9\cdot 4\times 20{,}25[2]$

$= 414 + 72 - 486 = 0$ ✓

SORU 3: Ölçü ve yükleme durumu şekilde verilen taşıyıcı sistemi CROSS yöntemi ile çözerek İç kuvvet (M,V,N) diyagramlarını çiziniz.
25p



Not: Gerekli tüm kontrolleri yapınız.

Düğüm Noktaları Sabit
Deng. Düğümler D ve E
Çubuk redörleri

$r_{AD} = \frac{1.5I}{4} = 0.375I$

$r_{DE} = r_{EF} = \frac{3I}{8} = 0.375I$

$r_{EB} = 0 \quad r_{CD} = 0$

Dağıtma Katsayıları

(D) $\mu_{DA} = \mu_{DE} = 0.5$

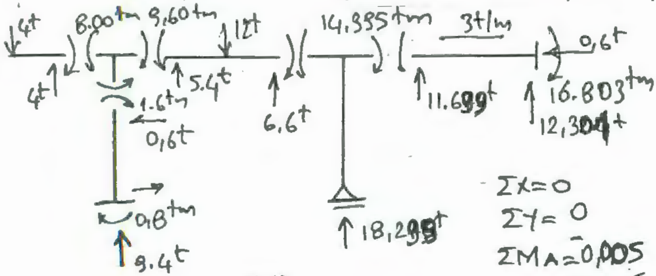
E $\mu_{ED} = \mu_{EF} = 0.5$

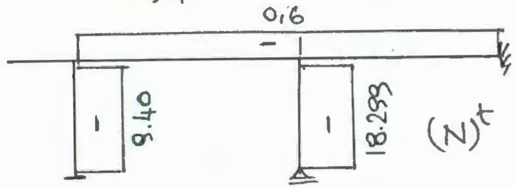
Ankastrelik Momentleri

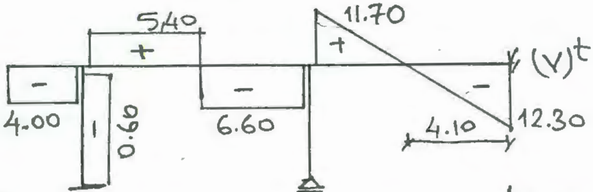
$M_{DC} = -8^{tm}$

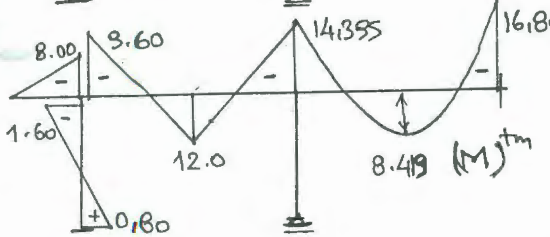
$M_{DE} = -M_{ED} = \frac{12 \times 8}{8} = 12^{tm}$

$M_{EF} = -M_{FE} = \frac{3 \times 8^2}{12} = 16^{tm}$

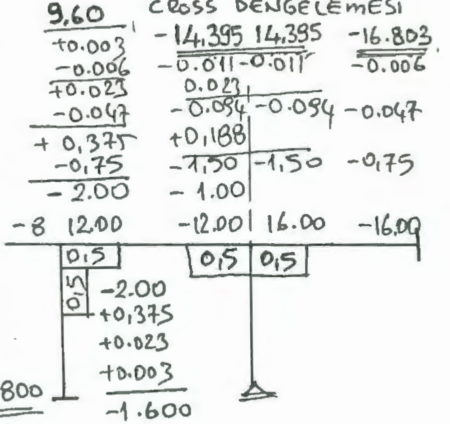


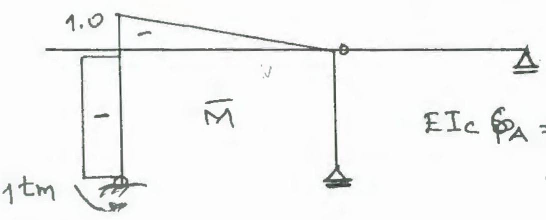






CROSS DENGELEMESİ



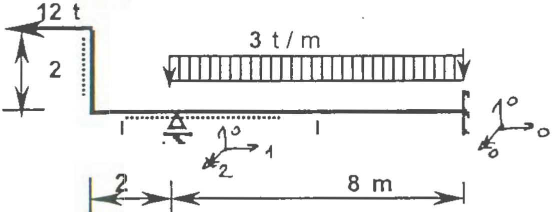


KSD. KONTROLÜ $\quad I_c = 6I$

$$EI_c\,\varphi_A = -\frac{1}{2}\cdot 4.1\times(0.8-1.6)\cdot[4] - \frac{1}{6}\cdot 8(1.5)\cdot 1.24\,[2]$$
$$+\frac{1}{6}\cdot 8\cdot 1\,(2\times 9.60 + 14.395]\cdot[2] \quad \checkmark$$

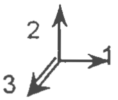
ADI SOYADI : CEVAP ANAHTARI NO:

SORU 4: **Ölçü, yükleme durumu şekilde verilen kirişi matris deplasman yöntemi ile çözerek iç kuvvet diyagramlarını çiziniz.**
20p



$$[k]=\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

E = 2000000 t/m^2
I = 0.008 m^4
A = 0.16 m^2



[p] = [k].[d] + [f]

[K].[D] = [F]=[DDY-Σf]

K

40000	0
0	8000

DDEY	f	F
-12	0	-12
24	16	8

D1 = -0.0003
D2 = 0.001

d
-0.0003
0
0.001
0
0
0

-12

											p
1	40000	0	0	-40000	0	0	-12		0		-12
0	0	375	1500	0	-375	1500	1.5		12		13.5
2	0	1500	8000	0	-1500	4000	8		16		24
0	-40000	0	0	40000	0	0	12	+	0		12
0	0	-375	-1500	0	375	-1500	-1.5		12		10.5
0	0	1500	4000	0	-1500	8000	4		-16		-12
	1	0	2	0	0	0			f